ESCUELAS TECNICAS RAGGIO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

FISICA DE 2 ° AÑO

PROF.:

RODRIGUEZ , Jorge

SALVAGO, Alejandro

UNIDAD 1

1)F I S I C A: OBJETO DE ESTUDIO

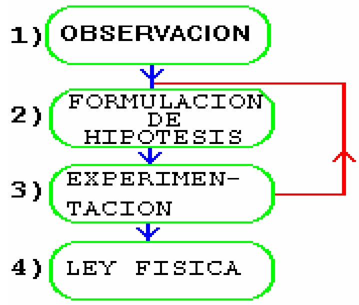
¿Qué es la Física?: Es una ciencia que se ocupa de estudiar los fenómenos físicos.

Pero ***¿Qué es un fenómeno físico?:*** Los fenómenos en general, son aquellas cosas que ocurren y que podemos observar directa o indirectamente y los fenómenos físicos en particular son aquellos que ocurren sin que se alteren las propiedades físicas de la materia que participa en ellos.

¿Qué es una propiedad física?: Los materiales se identifican por sus propiedades físicas. Estas son las características que nos permiten reconocerlos en la naturaleza. Por ejemplo: El aspecto (y otros caracteres organolépticos), la densidad, la temperatura de fusión, la temperatura de ebullición, el índice de refracción (si es transparente), la dureza, la conductividad eléctrica, la conductividad térmica, etc. Usándolas sabremos que el hierro es hierro, que la madera es madera, que aquel líquido transparente e incoloro es agua o alcohol o tal sustancia es la que pensamos que es o que nos han dicho que es.

1-1)EL MÉTODO DE LA FISICA

Como toda ciencia, la Física aplica el método científico. Sin pretender hacer aquí una descripción exhaustiva de dicho método, lo que sigue es a grandes rasgos sus principales pasos o etapas:



1) LA OBSERVACIÓN DEL FENÓMENO.

2) LA FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS.

Una ***hipótesis*** es una idea previa acerca del fenómeno que se está observando, es una especulación, que luego será rechazada o confirmada por la experiencia. Así Sherlock decía "las primeras hipótesis señalan al portero del edificio como el autor del crimen".

3) LA EXPERIMENTACIÓN.

Como resultado de ***la experimentación,*** pueden surgir dos cosas:

a)Que las hipótesis formuladas estén en conflicto con lo que se observa experimentalmente, lo cual obliga a volver a la etapa ***2*** del método científico con el fin de reformular las hipótesis.

b)Que la experiencia avale lo predicho en las hipótesis, lo cual pasa a constituirse como una verdad transitoria hasta que nuevas experiencias sugieran la modificación de las hipótesis.

De presentarse lo expuesto en (b), se pasa a la etapa siguiente del método científico:

4) ELABORACIÓN DE UNA LEY FISICA.

Aquí se cierra el proceso, con la convicción de que la verdad a la que se ha arribado es transitoria y tiene validez hasta tanto se demuestre otra cosa, siempre con el aval de la experimentación.

1-2) EL PROCESO DE MEDICIÓN

MAGNITUDES: CONCEPTO.

Asociado a la experimentación como un compañero inseparable, el proceso de medición adquiere aquí, una importancia fundamental.

La medición permite así, transformar en números aquello que se observa y de lo cual se habla, pudiendo de esta manera elaborar un modelo matemático para los fenómenos involucrados.

Sin él, la descripción de una experiencia no sería más que una anécdota llena de relatos inconexos, lo que se suele decir "puro verso".

¿Pero que es lo que se mide?: Todo aquello que está involucrado en una experiencia física y que es factible de medirse. A esto se llama ***magnitud***.

La experiencia nos muestra la existencia de ***dos tipos de magnitudes***:

a)Las magnitudes escalares.

Una magnitud es ***escalar*** cuando para efectuar su medición la comparamos con una escala arbitrariamente establecida para dicho fin, como la escala que tiene una cinta métrica. Estas requieren solo dos datos para ser expresadas completamente:

1) El número, que expresa la cantidad.

2) La unidad que nos dice a que clase pertenece dicha medida.

Ejemplo de magnitudes escalares son: Longitud (500 m), masa (20 kg), tiempo (30 seg), energía (36000 Joule), superficie (16 m^2), diferencia de potencial eléctrico (220 Volt), volumen (3 dm^3), intensidad de corriente eléctrica (5 Amper), densidad (1 $\frac{g}{cm^3}$), etc.

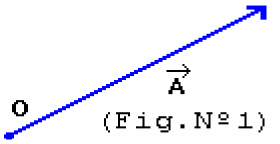
b)Las magnitudes vectoriales.

Una magnitud es vectorial cuando necesitamos para su medición compararla con los elementos que caracterizan a un vector.

Ejemplo de magnitudes vectoriales son: Fuerza, aceleración, impulso, velocidad, cantidad de movimiento, vector campo eléctrico, vector densidad de flujo magnético, etc.

¿Qué es un vector?: Un vector es todo segmento orientado en el espacio.

REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE UN VECTOR



(Fig.Nº1)

Y los elementos que lo caracterizan son cuatro, a saber:

I)MÓDULO *(su medida)*
II)DIRECCIÓN *(la de la recta que lo contiene)*
III)SENTIDO *(la punta de la flecha)*
IV)PUNTO DE APLICACIÓN *(O)*

Así, al sostener un ladrillo sobre la palma de la mano, ***aplicamos*** *sobre* ***él*** una fuerza cuyo ***módulo*** es 1 kgf en ***dirección*** *vertical* con ***sentido*** hacia arriba. También referimos que un automóvil lleva una velocidad de ***módulo*** 60 $\frac{Km}{h}$, en la ***dirección*** norte-sur, con ***sentido*** hacia el sur.

Más adelante se desarrollarán las operaciones entre vectores.

1-2.1) LA MEDICIÓN Y EL ERROR EN LAS MEDICIONES

Pregunta: *¿Es posible conocer el valor exacto de una medida?*

La respuesta a esta pregunta se podría dar ahora, incluso resultaría más sencillo, pero sería más adecuado contestarla luego de la siguiente actividad: Se les propone que midan el largo del pupitre (empleando una regla plástica milimetrada o centimetrada) y que anoten el resultado abajo.

largo:

¿Están seguros del resultado que obtuvieron?. Repitan la operación de nuevo:

largo:

En esta segunda oportunidad, puede ocurrir que hayan obtenido el mismo valor, debido a la poca experiencia en mediciones, pero si alguno no tuvo esa suerte, se sentirá invadido de cierta inseguridad, de falta de certeza, tendrá *incerteza,* dirá: “No, no estoy seguro de los valores obtenidos”. Pero de lo que sí estará seguro, es que el resultado de la medida que busca no es menor que cierto valor mínimo, que se llama *cota mínima*, ni mayor que cierto valor máximo que se llama *cota máxima.*

Ahora se responde a la pregunta antes formulada: *No, no es posible conocer el valor exacto de una medida.* Lo que sí se puede conocer es lo que se llama *“el valor representativo o valor más probable”* de dicha medición.

Anoten a continuación los valores máximo y mínimo de las medidas efectuadas.

Valor máximo (cota máxima) -se simboliza como “X_{Max}”-

Valor mínimo (cota mínima) -se simboliza como “X_{min}”-

Largo máximo "X_{Max}"= Largo mínimo "X_{Min}"=

Con estas cotas, calcularán el ***valor representativo*** (que se simboliza "X_o"), empleando la fórmula siguiente:

$$\boxed{X_o = \frac{(X_{Max} + X_{min})}{2}}$$

Es decir: el valor más probable de una medición es la semisuma o promedio aritmético de las cotas máxima y mínima.

1-2.1.1) ERROR ABSOLUTO O INCERTEZA ABSOLUTA DE UNA MEDIDA

Se define como error absoluto o incerteza absoluta de una medida (x) (y se simboliza como $\varepsilon_A(x)$) a la semidiferencia entre la cota máxima y la cota mínima. De esta manera:

$$\boxed{\varepsilon_A(X) = \frac{(X_{Max} - X_{min})}{2}}$$

En un sentido más práctico, se dice, que el error absoluto de la medición (x) -definido de esta manera- es en general igual a la mitad de la menor división de la escala del instrumento. Por ejemplo 0,5 cm en el caso de una regla centimetrada, o bien 0,5 volt en el caso de un voltímetro cuya menor división sea 1 volt.

1-2.1.2) ERROR RELATIVO O INCERTEZA RELATIVA DE UNA MEDIDA

Este concepto, nos indica la precisión con que se efectúa una medición. El error relativo es **adimensional** (sin unidades).

En él se relaciona, mediante el cociente, al error absoluto con el valor representativo, mediante la fórmula que sigue:

$$\boxed{\varepsilon_R(X) = \frac{\varepsilon_A(X)}{X_o}}$$

Para que tengan una idea de la importancia del error relativo, veremos el siguiente ejemplo:

Cuando hacemos una pequeña compra en un kiosco por un valor de 95 ctvs y no nos dan el vuelto de 5 ctvs, resulta desagradable. Pero si al abonar una factura de un servicio, cuyo monto sea $74,92 y pagamos con $75 seguramente no nos enojemos tanto si el cajero no nos devuelve los 8 ctvs.

Y aquí radica el aspecto de lo relativo, ya que los 5 ctvs, del kiosco representan un 5,3% de la compra, mientras que los 8 ctvs, que nos quedó debiendo el cajero, representan casi un 0,1% sobre el importe de la factura, o sea ¡49 veces menor que el vuelto del kiosco!.

1-2.1.3) ERROR PORCENTUAL O INCERTEZA PORCENTUAL DE UNA MEDIDA

En general el error relativo está expresado por números muy pequeños, por lo que su uso suele resultar incómodo. Para ello se utiliza el error porcentual, el cual se define así:

$$\boxed{\varepsilon_{\%}(x) = \varepsilon_R(x).100}$$

Ahora como ejercicio efectúen la siguiente actividad (puede ser en clase o en casa): Observen sus relojes y registren la hora actual, indicando cota máxima, mínima, y calculando el valor representativo y los errores absoluto, relativo y porcentual.

Por ejemplo si tengo un reloj de agujas, que no tiene segundero y cuyo cuadrante tenga 5 min. como menor división entonces leo:

t_{min} = 10 h 25 min y t_{max} = 10 h 30 min

$t_o = {}^{(t_{max} + t_{min})}/_2$ = 10 h 27 min 30 seg

$\varepsilon_A(t) = {}^{(t_{max} - t_{min})}/_2$ = 2,5 min = 2 min 30 seg.

Debiendo expresarse el resultado de la medición de la siguiente manera: t = (10 h 27,5 min ± 2,5 min), o también se puede expresar así:

10 h 25 min ≤ t ≤ 10 h 30 min.

Ahora repetí esta actividad, pero empleando un termómetro de uso meteorológico o uno clínico. También hacelo con el cuentakilómetros del auto (o del colectivo), o bien usá el contador de la cinta de tu radiograbador o videocassetera, como si fuera un cuentakilómetros y anotá todo en tu cuaderno.

CRITERIO DE REDONDEO: Cuando tenemos que redondear una cifra descartando decimales, este criterio, obliga a incrementar en una unidad al último dígito, cuando el descartado es mayor o igual a 5 y a mantener el valor de dicho dígito, si el descartado es menor que 5.

1-2.2) MEDICIONES INDIRECTAS: PROPAGACIÓN DE INCERTEZAS

Algunas mediciones no pueden efectuarse directamente, en una sola operación $^y/_o$ con un solo tipo de instrumento de medición. Es por ello que su error se verá afectado por todas las etapas de la medición y es necesario propagar el error detectado en cada una de ellas al resultado final.

Por ejemplo tenemos: densidad, peso específico, superficie, volumen, rapidez media, etc. En estos y otros casos es necesario medir dos o más magnitudes y vincularlas entre sí por medio de una operación matemática.

1-2.2.1) CANTIDAD QUE RESULTA DE LA SUMA DE DOS O MAS MEDICIONES.

En este caso: ***"el error absoluto de esa cantidad es igual a la suma de los errores absolutos de cada uno de los sumandos".***

Es decir: si el resultado de una medición lo llamamos **A** y lo obtuvimos como suma de tres medidas parciales (**B**, **C** y **D**), o sea:

$\mathbf{A = B + C + D}$ entonces $\varepsilon_A(\mathbf{A}) = \varepsilon_A(\mathbf{B}) + \varepsilon_A(\mathbf{C}) + \varepsilon_A(\mathbf{D})$

Por ejemplo si medimos una longitud <u>L</u> en tres etapas (L_1 , L_2 y L_3) porque el instrumento que tenemos no puede abarcarla en una sola (es una cinta métrica de 2 m):

L_1 = (2,00 ± 0,01) m; L_2 = (2,00 ± 0,01) m; L_3 = (1,28 ± 0,01) m

Observar que el valor representativo debe tener la misma cantidad de cifras decimales que el error absoluto.

El resultado de la medición es $L = L_1 + L_2 + L_3 =$

2,00 m + 2,00 m + 1,28 m = 5,28 m y su error absoluto es:

$\varepsilon_A(L) = \varepsilon_A(L_1) + \varepsilon_A(L_2) + \varepsilon_A(L_3)$ = 0,01 m + 0,01 m + 0,01 m = 0,03 m

la cual expresada con su error quedará: L = (5,28 ± 0,03) m.

Como ejercicio calculen el error relativo y el porcentual.

Otros ejemplos de suma los tenemos al calcular el tiempo que nos lleva efectuar una tarea que hacemos por etapas y registramos tiempos parciales, cada uno con su error; también si medimos un volumen de aceite empleando varias veces una probeta cuya capacidad no nos permite efectuar la medición en una sola etapa y debemos registrar varios volúmenes parciales, cada uno con su error, etc.

<u>1-2.2.2</u>) <u>CANTIDAD QUE RESULTA DE LA RESTA DE DOS MEDICIONES.</u>

En este caso: *"el error absoluto de esa cantidad es igual a la suma de los errores absolutos de minuendo y sustraendo".*

Es decir: si el resultado de una medición lo llamamos **A** y lo obtuvimos como resta de dos medidas parciales (**B** y **C**), o sea:

$$\text{si} \quad \mathbf{A} = \mathbf{B} - \mathbf{C} \quad \text{entonces} \quad \varepsilon_A(\mathbf{A}) = \varepsilon_A(\mathbf{B}) + \varepsilon_A(\mathbf{C})$$

Por ejemplo si medimos la distancia recorrida en un viaje tomando datos del cuentakilómetros de un auto, siendo:

d_1 = (35789,5 ± 0,5) km la lectura tomada al partir y

d_2 = (35856,5 ± 0,5) km la lectura tomada al llegar, obtenemos la distancia buscada $d_{recorrida} = d_2 - d_1$ = 35856 km - 35789 km = 67 km y su error absoluto $\varepsilon_A(d) = \varepsilon_A(d_1) + \varepsilon_A(d_2)$ = 0,5 km + 0,5 km = 1 km y expresándola con su error absoluto queda: $d_{recorrida}$ = (67 ± 1) km. Como ejercicio calculen el error relativo y el porcentual.

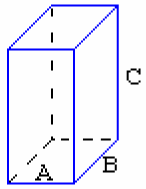
Otros ejemplos de resta los tenemos al calcular el tiempo transcurrido (lapso) entre dos instantes y al calcular el volumen de un cuerpo de geometría irregular desplazando líquido en una probeta y restando los volúmenes medidos, etc.

<u>1-2.2.3</u>) <u>CANTIDAD QUE RESULTA DEL PRODUCTO DE DOS O MAS MEDICIONES.</u>

Veamos el caso de un paralelepípedo recto rectangular del cual conocemos los valores de tres de sus aristas correspondientes al largo, ancho y altura (con su error, porque las hemos medido o nos las han dado) y calculemos su volumen.

Sean A, B y C dichas aristas y sus medidas:

A = (15,5 ± 0,1) cm; B = (19,3 ± 0,1) cm; C = (34,7 ± 0,1) cm.



Utilizando las cotas, las cuales surgen de sumar o restar el error absoluto a cada valor representativo, calculamos las cotas máxima y mínima del volumen, aplicando la fórmula correspondiente:

$$\boxed{V = A.B.C}$$

La cota máxima de V será: $V_{max} = A_{max}.B_{max}.C_{max} =$

$V_{max} = 15{,}6\ cm.19{,}4\ cm.34{,}8\ cm = 10531{,}872\ cm^3 \cong 10531{,}9\ cm^3$.

La cota mínima de V será: $V_{min} = A_{min}.B_{min}.C_{min} =$

$V_{min} = 15{,}4\ cm.19{,}2\ cm.34{,}6\ cm = 10230{,}528\ cm^3 \cong 10230{,}5\ cm^3$.

El valor representativo del volumen puede surgir aplicando la fórmula del volumen a los valores representativos de las aristas o bien promediando las cotas máxima y mínima del volumen obtenidas. Así:

$V_o = A_o.B_o.C_o = 15{,}5\ cm\ .\ 19{,}3\ cm\ .\ 34{,}7\ cm = 10380{,}5\ cm^3 \cong 10381 cm^3$ (1)

Mientras que mediante el promedio de las cotas da:

$V_o = \dfrac{V_{max} + V_{min}}{2} = 10381{,}2\ cm^3 \cong 10381 cm^3$ (coincide con el anterior) (2)

El error absoluto del volumen, con la semidiferencia de las cotas da:

$\varepsilon_A(V) = \dfrac{V_{max} - V_{min}}{2} = 150{,}67\ cm^3$.

Ahora es necesario aplicar sobre estos valores hallados el <u>criterio de redondeo</u>. Teniendo en cuenta que el error absoluto tiene tres cifras significativas enteras, no tiene sentido expresarlo con dos decimales. Por lo tanto quedará: $\varepsilon_A(V) \cong 151\ cm^3$

Y el volumen expresado con su error:

$V = (10381 \pm 151)\ cm^3$

Otros casos donde sea necesario propagar errores en un producto, es en el cálculo de superficies, en una caída de tensión multiplicando la resistencia por la intensidad de corriente, en el producto de velocidad por tiempo para saber una distancia recorrida, etc.

1-2.2.4) CANTIDAD QUE RESULTA DEL COCIENTE DE DOS MEDICIONES.

Si nos piden determinar la densidad de un cuerpo conociendo la masa y el volumen (cada uno con su error). Sean $M = (487 \pm 1)$ g y $V = (180 \pm 5)$ cm^3, la masa y el volumen respectivamente de un cuerpo, entonces:

aplicando la fórmula: $\boxed{\delta = \dfrac{M}{V}}$

La cota máxima de la densidad será:

$$\delta_{max} = \frac{M_{max}}{V_{min}} = \frac{488 g}{175\ cm^3} \cong 2{,}789\ \frac{g}{cm^3}$$

Y la cota mínima:

$$\delta_{min} = \frac{M_{min}}{V_{max}} = \frac{486\ g}{185\ cm^3} \cong 2{,}627\ \frac{g}{cm^3}$$

Obteniendo el valor representativo de la densidad con el promedio de ambas cotas:

$\delta_o = \frac{\delta_{max} + \delta_{min}}{2} = 2{,}708\ \frac{g}{cm^3}$,o bien con el cociente de los valores representativos:

$$\delta o = \frac{M_o}{V_o} = \frac{487\ g}{180\ cm^3} \cong 2{,}706\ \frac{g}{cm^3}$$

Siendo despreciable la diferencia con el resultado anterior (la cual queda absorbida por el error absoluto).

Y su error absoluto es:

$$\varepsilon_A(\delta) = \frac{\delta_{max} - \delta_{min}}{2} = 0{,}081\ \frac{g}{cm^3} \cong 0{,}08\ \frac{g}{cm^3}$$

Quedando la densidad buscada expresada con su error, como sigue:

$\delta = (2{,}71 \pm 0{,}08)\ \frac{g}{cm^3}$ redondeando el resultado.

Otros casos en que interviene el cociente, son el cálculo de la rapidez media midiendo la distancia recorrida con un auto y la duración del viaje; también la determinación de la intensidad de corriente por una resistencia midiendo la caída de tensión y la resistencia, etc.

1-3)OPERACIONES CON VECTORES.

Los vectores al igual que los números son entes matemáticos. Por su parte los números son el ente que expresa la cantidad en la magnitud escalar y son susceptibles de ser afectados por las operaciones matemáticas fundamentales (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación).

En el caso de los vectores, éstos son el ente que emplea la física para la representación de sus magnitudes vectoriales. Ellos sólo son susceptibles de ser afectados por las siguientes operaciones:

Suma vectorial, producto de un vector por un escalar, producto escalar de dos vectores, producto vectorial de dos vectores.

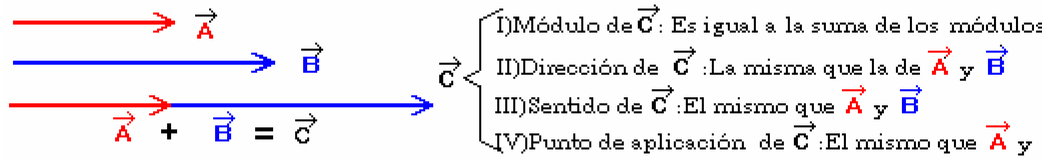
No está definida la división de vectores. Tampoco se suele hablar de la resta de vectores (ya que en la práctica se suma el vector opuesto), aunque no es incorrecto que alguna vez se diga que se efectúa una resta de dos vectores.

1-3.1) SUMA VECTORIAL.

1-3.1.1) SUMA VECTORIAL DE DOS O MAS VECTORES COLINEALES.

1-3.1.1.a) De igual sentido.

El término *"colineales"* significa que todos los vectores tienen la misma dirección, pertenecen a una línea común. Sean A y B dos vectores colineales de igual sentido, el resultado de la suma vectorial es $C = A+B$, se llama "vector suma" y se obtiene dibujando al vector B a continuación de A. Lo que sigue es el método gráfico para la suma vectorial y las características del vector suma C:



(fig. N°2)

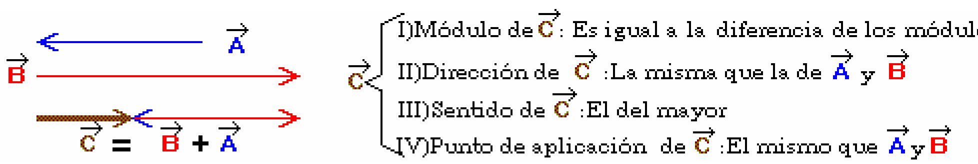
Ejemplo: Cuando queremos empujar un auto y recurrimos a la ayuda de otra persona porque no podemos con el esfuerzo propio únicamente, lo que se está efectuando es la suma vectorial de dos fuerzas colineales de igual sentido. En la práctica suelen ser paralelas porque no es posible que dos personas ejerzan el esfuerzo en el mismo punto, salvo que la apliquen a través de una cuerda, "tirando".

Si yo ejerzo una fuerza 10 kgf (vector A) y la persona que me ayuda con el auto ejerce una fuerza de 15 kgf (vector B), la acción conjunta de ambos le aplica al auto una fuerza de 25 kgf (vector C).

Otro ejemplo: Cuando caminamos a 4 $\frac{Km}{h}$ en la cinta transportadora de un aeropuerto en el mismo sentido en que la misma se desplaza a 3 $\frac{Km}{h}$, nos da la sensación de estar viajando a 7 $\frac{Km}{h}$ con respecto a la estación aérea.

1-3.1.1.b) De sentido contrario.

Sean A y B dos vectores colineales de sentido contrario, el resultado de la suma vectorial es $C = A+B$, se llama vector suma y se obtiene dibujando al vector A a continuación del extremo del vector B (punta de flecha) y en sentido contrario. Lo que sigue es el gráfico que explica el procedimiento y las características del vector suma C:



(fig. N°3)

Ejemplo: Cuando dos chicos juegan una cinchada, tirando de una soga para ver quien tiene "más fuerza", el ganador está arrastrando al otro con la fuerza resultante *C*. Si Juan tira con una fuerza de 20 kgf (*B*) y Pedro tira con una fuerza de 17 kgf (*A*), el ganador será Juan y ambos (Juan y Pedro) se mueven bajo la acción de la fuerza resultante de 3 kgf (*C*).

Otro ejemplo: Cuando caminamos a 4 $\frac{\text{Km}}{\text{h}}$ en la cinta transportadora de un aeropuerto en sentido contrario en que la misma se desplaza a 3 $\frac{\text{Km}}{\text{h}}$, nos da la sensación de estar viajando a 1 $\frac{\text{Km}}{\text{h}}$ con respecto a la estación aérea.

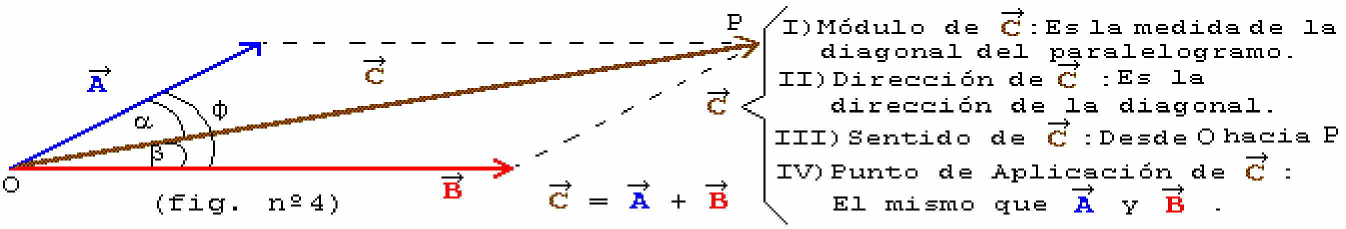
1-3.1.2) SUMA VECTORIAL DE DOS O MAS VECTORES CONCURRENTES

1-3.1.2.a)Regla del paralelogramo

La regla del paralelogramo es un procedimiento gráfico que permite obtener el resultado de la suma vectorial de dos vectores concurrentes (comúnmente se suele decir ***resultante***).

Si tenemos que componer (sumar) más de dos vectores (**n** vectores), aplicamos dicha regla (**n** - 1) veces. Se representa cada vector según una escala que depende de las medidas que se le vaya a dar al esquema.

La escala surge del cociente entre el módulo del vector y su medida. Consiste en construir un paralelogramo, trazando sendas paralelas a los vectores dados (*A* y *B*). La resultante será *C* y sus características se resumen junto al gráfico explicativo (ver fig.N°4)



(fig. nº4)

1-3.1.2.b)Analíticamente.

Si *A* y *B* forman entre sí un ángulo ϕ (letra griega phi, se lee "fi"), la resultante de ambos vectores es *C* y su módulo viene dado por la siguiente expresión que surge del teorema del coseno:

$$\boxed{\left|\vec{C}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2.\,A.\,B.\cos\varphi}}$$

y su dirección queda determinada por los ángulos α (entre *A* y *C*) y β (entre *B* y *C*) dados por la fórmula que surge del teorema del seno:

$$\boxed{\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\left|\vec{B}\right|} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\left|\vec{A}\right|} = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\left|\vec{C}\right|}}$$

1-3.1.2.c)Regla del polígono.

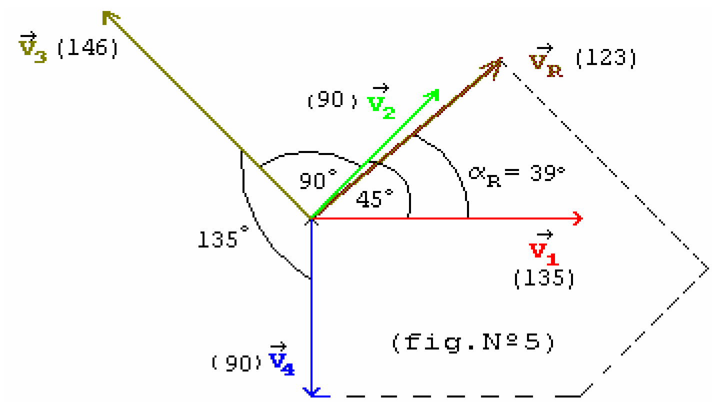
Antes mencionamos que si tenemos **n** vectores concurrentes, aplicamos la regla del paralelogramo (**n** - 1) veces, pero esto resulta tedioso cuando el número de vectores "**n**" es mayor que 3. Por eso se aplica la regla del polígono en estos casos. Esta consiste en representar dichos vectores, a partir de un origen común y trazar paralelas a ellos de igual longitud. El cierre de la poligonal será el vector suma (resultante) (ver fig. N°5).

Para el caso representado, se trata de sumar cuatro vectores concurrentes cuyos módulos figuran entre paréntesis junto a cada uno.

Sean V_1, V_2, V_3 y V_4 dichos vectores, el vector suma será:

$V_R = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$ (suma vectorial) (¡NO SUMAR LOS MÓDULOS!)

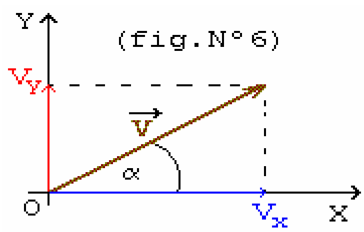
$\vec{V}_R = |123|$ (el módulo) y $\alpha_R \cong 39°$ (su dirección referida a V_1); (ambos valores medidos sobre el esquema).



1-3.2) Proyección de un vector en dos direcciones.

A menudo, necesitamos descomponer (proyectar) un vector sobre dos direcciones perpendiculares. Dado un vector V que forma un ángulo α con el eje X de un sistema de coordenadas, sus componentes serán respectivamente:

$V_x = V.\cos\alpha$; $V_y = V.\text{sen}\,\alpha$ (ver fig. N° 6)

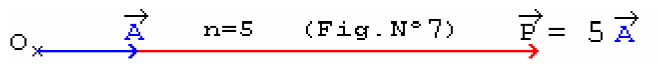


1-3.3) PRODUCTO DE VECTORES.

1-3.3.1) PRODUCTO DE UN VECTOR POR UN ESCALAR.

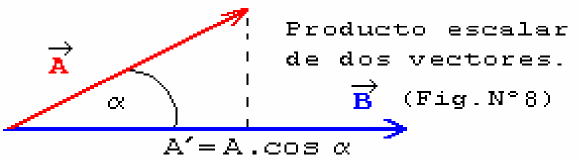
El producto de un vector V por un escalar (n), da como resultado un nuevo vector P, cuya dirección es la misma que la de V y cuyo sentido es el mismo que V si n es positivo, y de sentido contrario, si n es negativo y de módulo, igual al módulo de V multiplicado por n.

Vectorialmente $P = n.V$; en módulo: $\left|\vec{P}\right| = n.\left|\vec{V}\right|$ (ver fig. n°7)



1-3.3.2) PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES.

El producto escalar de dos vectores da como resultado un escalar. Dicho escalar (un número) se obtiene multiplicando el módulo de uno de los vectores por el módulo del otro por el coseno del ángulo comprendido entre ambos vectores: $\vec{A} \bullet \vec{B} = \left|\vec{A}\right| . \left|B\right| . \cos\alpha$ (Ver fig. N°8)



Ejemplo: Sean A y B dos vectores concurrentes, cuyos módulos son A = 5, B = 7 y el ángulo comprendido entre ellos es α = 31°, el resultado del producto escalar será C = A.B.cos α = 5.7.cos 31° = 35.cos 31° ≅ 30.

1-3.3.3) PRODUCTO VECTORIAL DE DOS VECTORES.

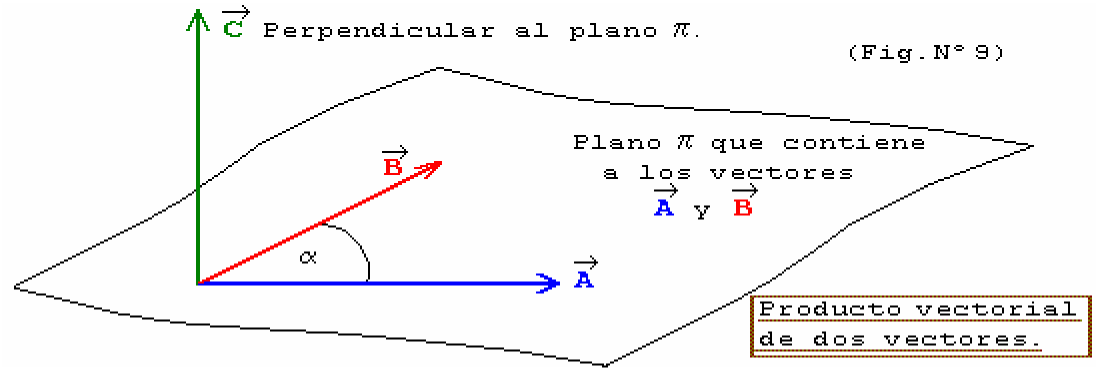
El producto vectorial de dos vectores da como resultado un vector, cuyo módulo es igual al producto de sus módulos, multiplicados por el seno del ángulo comprendido por ellos, cuya dirección es perpendicular al plano en que están contenidos dichos vectores y su sentido es tal que cumple la llamada "regla del tirabuzón" o del tornillo roscado a derechas o de la terna derecha.

A y B son dos vectores concurrentes que forman entre sí un ángulo α = 37° y cuyos módulos son A = 4 y B = 3 ,el resultado del producto vectorial será (ver fig. N° 9):

$$\boxed{C = A \times B}$$

C = A.B.sen α = 4.3.sen 37° = 12.sen 37° = 7,2 (en módulo).

...y su dirección perpendicular al plano generado por A y B siendo su sentido el que se corresponde con el del avance de un sacacorchos que gira en sentido contrario al movimiento de las agujas de un reloj (antihorario), (desde A hacia B).



...
.

UNIDAD 2

2)ESTÁTICA:

2-1)EL CONCEPTO DE FUERZA.

A diferencia de los objetos concretos, la fuerza, (así como ciertos entes de la física y la matemática), es un concepto de difícil definición.

Un objeto concreto no presenta problemas para su descripción, ya que se lo ve, se lo toca, etc. La fuerza sólo puede evidenciarse a través de lo que ella es capaz de hacer o de lo que podemos hacer con ella, o sea a través de sus efectos. Así decimos que:

Fuerza es todo aquello que es capaz de modificar la velocidad de un cuerpo (en módulo, dirección o sentido) y/o deformarlo o sea cambiarle la forma (aplastarlo, abollarlo, estirarlo, romperlo)

La fuerza es una magnitud vectorial ya que, requiere de los cuatro elementos de un vector para ser expresada completamente.

Existen en el universo, cuatro fuerzas fundamentales, a saber:

1)la fuerza de atracción gravitatoria.

2)la fuerza de atracción o repulsión electromagnética.

3)la fuerza nuclear débil.

4)la fuerza nuclear fuerte.

También percibimos la acción de fuerzas que obedecen macroscópicamente a factores meteorológicos o geológicos (fuerzas provocadas por vientos, mareas, terremotos, volcanes, etc.), las generadas por seres vivos (la fuerza muscular, etc.) y las producidas por mecanismos (motores eléctricos y de combustible, así como turbinas a vapor, etc.) aunque en lo microscópico sus causas se fundan en una o más de las cuatro fuerzas fundamentales antes enunciadas.

2-1.1)LA MEDICIÓN DE FUERZAS.

Existen muchas maneras de medir fuerzas. Algunos métodos son estáticos y otros son dinámicos. En este módulo, veremos un procedimiento estático basado en el estiramiento de un resorte.

Ciertos dispositivos llamados dinamómetros, emplean la propiedad que tienen los resortes de alargarse o acortarse (deformarse) de modo directamente proporcional a la fuerza aplicada. La ley de deformación de un resorte se conoce como "Ley de Hooke" y su expresión vectorial es:

$$F = -k \cdot \Delta x$$

donde k representa la "constante elástica del resorte" y Δx (se lee "delta equis") es la deformación del resorte y el signo menos indica que el sentido de la fuerza F (fuerza recuperadora elástica) es contrario al sentido de la deformación del resorte.

2-1.1.a)UNIDAD: El kilogramo fuerza.

En la industria, el comercio y la actividad técnica en general, se emplea como unidad de fuerza, el ***kilogramo fuerza***. Se suele simbolizar entre otras maneras con el símbolo "kgf". Su valor unitario (1 kgf) equivale al peso de un cuerpo llamado *"kilogramo patrón"*. En el módulo de dinámica se aborda este concepto con más extensión.

El Newton, es la unidad de fuerza del Sistema Internacional de unidades (S.I.), adoptado por el Sistema Métrico Legal Argentino (SI.ME.L.A.), para su uso en las especificaciones técnicas de máquinas, equipos y automotores. Su empleo es cada vez mayor en la industria y el comercio, aunque por costumbre se siga empleando aún el kilogramo fuerza.

2-2)ESTÁTICA DE LOS CUERPOS .

2-2.1)ESTÁTICA DEL CUERPO PUNTUAL.

2-2.1.a)DEFINICIÓN DE CUERPO PUNTUAL.

Se denomina ***CUERPO PUNTUAL*** a todo cuerpo cuyas dimensiones (medidas, forma) pueden despreciarse o no tenerse en cuenta, en una situación dada.

De esta manera, todas las fuerzas que actúen sobre él, serán concurrentes en alguno de sus puntos. Así por ejemplo podemos considerar a la Tierra como un cuerpo puntual cuando se estudia su rotación alrededor del Sol, mientras que ello no es posible cuando queremos describir la rotación sobre su propio eje. La estática del cuerpo puntual, estudia las situaciones de equilibrio, las que están regidas por la siguiente:

2-2.1.b)PRIMERA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO.

UN CUERPO PUNTUAL, SE HALLA EN EQUILIBRIO DE TRASLACIÓN, CUANDO LA SUMA VECTORIAL DE TODAS LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE ÉL, ES NULA

Supongamos que sobre una partícula actúen ***n*** fuerzas, entonces esta primera condición se expresa matemáticamente así:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \quad \{1\}}$$

Es decir que, para que una partícula se halle en equilibrio, es condición necesaria y suficiente que se cumpla la ecuación vectorial {1} antes expresada.

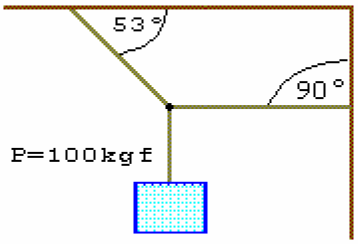
Verificar si el sistema de fuerzas: $F_1 = 140$ N; $F_2 = 210$ N; $F_3 = 350$ N; $F_4 = 280$ N, y cuyas direcciones forman entre sí los siguientes ángulos: $\alpha_{1,2} = 45°$; $\alpha_{2,3} = 82°$; $\alpha_{3,4} = 90°$, está en equilibrio, aplicando la regla del polígono y el método de las proyecciones (analítico).

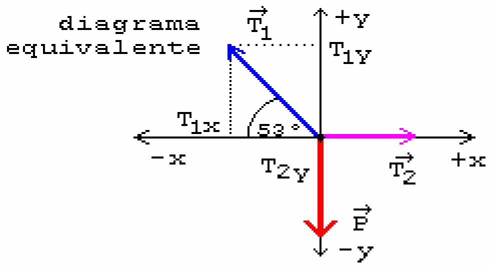
En caso de no estarlo, agregar una fuerza de igual módulo, de igual dirección y de sentido contrario a la resultante, (que llamaremos equilibrante), para establecer el equilibrio.

El ejemplo que sigue es un sistema de 3 fuerzas concurrentes en equilibrio: $F_1 = 300$ N, $F_2 = 400$ N y $F_3 = 500$ N, $\alpha_{1,2} = 90°$; $\alpha_{2,3} = 143°$. Verificarlo gráfica y analíticamente.

EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA PRIMERA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

Determinar las tensiones en las cuerdas que soportan al cuerpo suspendido.





Consideramos como cuerpo puntual, a la unión de las tres cuerdas, y dicho punto es nuestro objeto de estudio, cuyo equilibrio analizaremos.

Descomponiendo las tensiones de las cuerdas, en dos direcciones perpendiculares, obtenemos dos grupos de fuerzas en equilibrio.

En x) $T_2 - T_{1x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 - T_1.\cos 53° = 0$

En y) $T_{1y} - P = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1.\text{sen } 53° - P = 0$

Resolviendo el sistema de ecuaciones planteado antes:

$$\begin{cases} -0{,}6\,.\,T_1 + T_2 = 0 \\ 0{,}8\,.\,T_1 - 100\text{ kgf} = 0 \end{cases}$$

Obtenemos: $T_1 = 125$ kgf y $T_2 = 75$ kgf

2-2.2)ESTÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO (CUERPO EXTENSO).

2-2.2.a)CONCEPTO DE CUERPO RÍGIDO.

Un cuerpo rígido, es todo cuerpo que conserva su forma y tamaño, cualquiera sea la intensidad de las fuerzas que soporta.

Esto es ideal, y a los efectos prácticos supondremos rígidos a todos los cuerpos extensos que se involucren en este módulo.

2-2.2.b)DEFINICIÓN DE VINCULO.

Se llama vínculo, a todo aquello que limita la libertad de movimiento de un cuerpo.

Ejemplos de vínculo son: las vías del tren, que lo obligan a moverse sobre ellas; el piso, que limita nuestro movimiento a un plano horizontal; las bisagras que obligan a una puerta a girar a su alrededor; etc.

2-2.2.c)DEFINICIÓN DE REACCIÓN DE VINCULO.

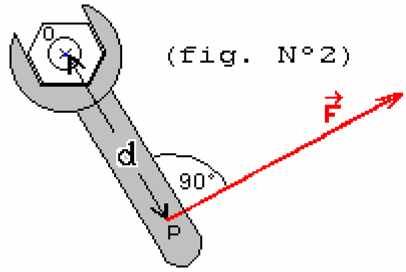
Reacciones de vínculos son las fuerzas que los vínculos ejercen sobre los cuerpos a ellos vinculados. Ejemplos de reacción de vínculo son: la fuerza que el piso ejerce sobre nuestros pies para soportarnos; la fuerza que actúa sobre la lámpara colgada del techo (vínculo), para que no se caiga; etc.

2-2.2.d)DEFINICIÓN DE MOMENTO DE UNA FUERZA.

El **momento de una fuerza** (F) con respecto a un punto (O), es igual al producto del módulo de la fuerza, por la distancia (d) medida entre dicho punto y la recta de acción de la fuerza.

Matemáticamente se expresa así:

$$\boxed{M_{(F)}^{(o)} = F.d}$$



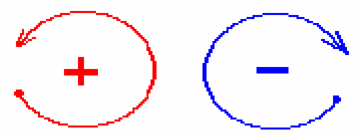
(fig. N°2)

En la práctica, se trata de multiplicar al módulo de la fuerza (F) por la distancia (d) medida desde el centro de momentos (O) hasta el pié de la perpendicular a la fuerza (P).(Ver fig. N°2).

Conceptualmente, el momento de una fuerza, es una medida de la capacidad que dicha fuerza tiene para producir rotaciones.

2-2.2.e)SIGNOS DE LOS MOMENTOS.

Una fuerza puede producir un momento que genere una rotación en el mismo sentido que el movimiento de las agujas del reloj o bien en sentido contrario. Se adopta como positivo al sentido antihorario, mientras que será negativo el sentido horario. (Ver fig. N°3)



(fig. N°3)

2-2.2.f)SEGUNDA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO.

UN CUERPO EXTENSO, SE HALLA EN EQUILIBRIO DE ROTACIÓN, CUANDO LA SUMA DE LOS MOMENTOS DE TODAS LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE ÉL, ES NULA

Matemáticamente se expresa así:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} M_{Fi}^{(o)} = M_{F1}^{(o)} + M_{F2}^{(o)} + M_{F3}^{(o)} + \ldots + M_{Fn}^{(o)} = 0}$$

CONDICIONES GENERALES DE EQUILIBRIO DEL CUERPO EXTENSO.

Para asegurar completamente el equilibrio de un cuerpo extenso es condición necesaria y suficiente que se cumplan conjuntamente la primera y la segunda condición de equilibrio (2-2.1.b) y (2-2.2.f).

Ejemplo: Una barra rígida de 75 cm de largo, está apoyada en A (Ver fig. N°4). En su extremo izquierdo (I), se ejerce una fuerza $\mathbf{F_1}$ de 24 N y en su extremo derecho (D), actúa una fuerza $\mathbf{F_2}$ de 12 N. El vínculo A ejercerá una reacción $\mathbf{R_V}$ igual a la suma de $\mathbf{F_1}$ y $\mathbf{F_2}$ pero de sentido contrario.

Dicha reacción de vínculo hace las veces de equilibrante para permitir que se cumpla con la 1° condición de equilibrio. De esta manera:

$\Sigma F = -F_1 - F_2 + R_v = 0 \Rightarrow R_v = F_1 + F_2 = 36$ N. (Se desprecia el peso propio de la barra). El punto de aplicación de la reacción de vínculo será la posición del apoyo A. Dicho apoyo estará en un punto tal que cumpla con la 2° condición de equilibrio. Así:

$$\sum M_F^{(A)} = M_{F1}^{(A)} + M_{F2}^{(A)} + M_{Rv}^{(A)} = 0$$

$$\sum M_F^{(A)} = F_1.d_1 - F_2.d_2 + R_v.0 = 0$$

Luego será: $F_1.d_1 = F_2.d_2$

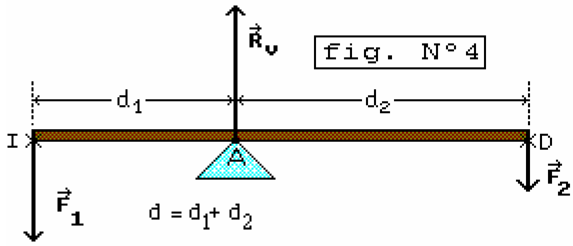


fig. N°4

Para conocer los valores de d_1 y de d_2 se puede resolver el sistema de ecuaciones formado por:

$$\begin{cases} F_1 . d_1 = F_2 . d_2 \\ d = d_1 + d_2 \end{cases}$$

con lo que queda: $24 \text{ N}.d_1 = 12 \text{ N}.d_2$

simplificando y sustituyendo d_2 por $(0,75 \text{ m} - d_1)$

$$2.d_1 = (0,75 \text{ m} - d_1)$$

distribuyendo y agrupando

$$2 .d_1 + d_1 = 0,75 \text{ m}$$

$$3 d_1 = 0,75 \text{ m}$$

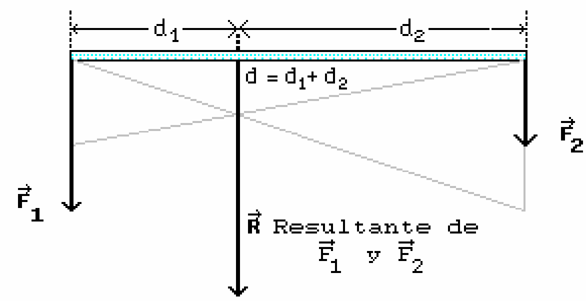
$$d_1 = 0,75 \text{ m}/3 = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{luego} \quad d_2 = 0,75 \text{ m} - 0,25 \text{ m} = 0,5 \text{ m}$$

2-2.3)FUERZAS PARALELAS.

Son aquellas que tienen sus direcciones paralelas, y pueden tener el mismo sentido o sentido contrario.

En cuanto al módulo de la suma de dos fuerzas paralelas, su cálculo es igual al visto en el módulo de errores y vectores, para vectores colineales.

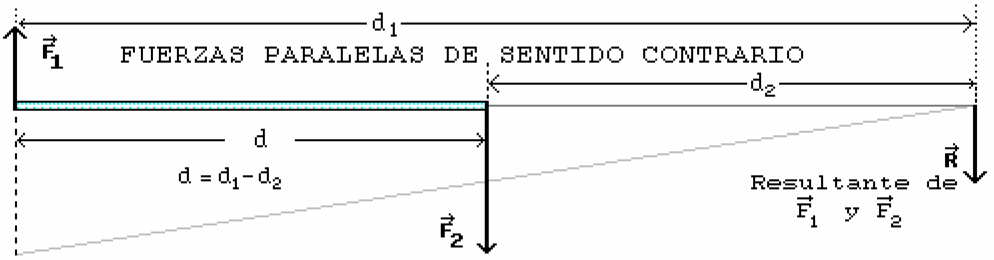


FUERZAS PARALELAS DE IGUAL SENTIDO.
Procedimiento para hallar la posición de la Resultante.-

fig.N°4-bis

La posición de la resultante, se obtiene transportando la medida de F_1 sobre la recta de acción de F_2 y viceversa y uniéndolas, su intersección nos da la posición de dicha resultante.

Para el caso de dos fuerzas paralelas de sentido contrario, la posición de la resultante se obtiene uniendo el extremo de F_2 transportado en sentido contrario a F_1 con F_1 transportado sobre F_2. (Ver fig. siguiente).



Para ambos casos, la solución analítica surge de aplicar la relación de STEVIN.

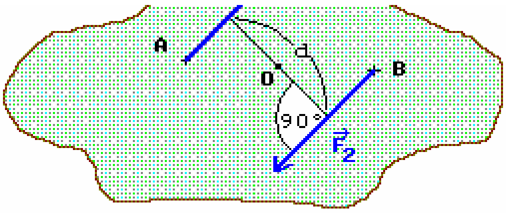
$$\boxed{\frac{F_1}{d_2} = \frac{F_2}{d_1} = \frac{R}{d}}$$

2-2.4)CUPLA.

Se denomina cupla a todo par de fuerzas paralelas de sentido contrario y de igual módulo.

La particularidad de las cuplas es que solo provocan rotación pura, es decir, una cupla no tiene resultante y por lo tanto no puede producir traslaciones.(Ver fig. N° 5).

Puede verse que las dos fuerzas F_1 y F_2, aplicadas en A y B respectivamente, y separadas entre sí una distancia d, pueden hacer girar al cuerpo alrededor del punto "O" o de cualquier otro punto donde se vincule al cuerpo o aún sin estar vinculado.



Aplicamos una cupla al abrir o cerrar una canilla, al girar el volante del auto para doblar, al entrar al banco por la puerta giratoria, aunque en algunos casos, aplicamos una sola de las fuerzas que componen la cupla.

La otra, en general es aportada total o parcialmente por el vínculo, a través de la reacción de vínculo.

2-2.4.a)MOMENTO DE UNA CUPLA.

El momento de una cupla es igual al producto de una sola de las fuerzas que la integran multiplicada por la distancia "d" que las separa (medida perpendicularmente a la dirección de las fuerzas).

Es independiente del centro de momentos elegido para calcularlo.

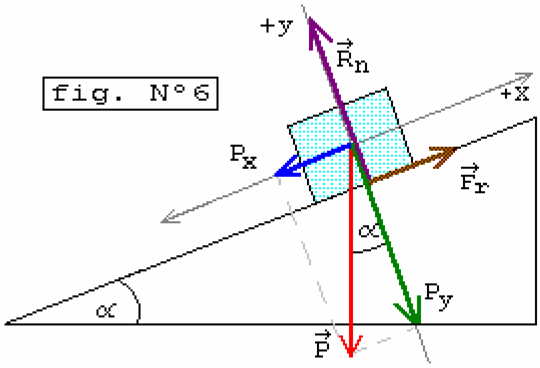
$$\boxed{M_c = F_1.d}$$

2-2.5)APLICACIÓN DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO.

2-2.5.a)EQUILIBRIO EN UN PLANO INCLINADO.

Un plano inclinado es un dispositivo empleado generalmente para resolver distintas situaciones prácticas. Así tenemos que una calle con pendiente permite enlazar dos puntos de una ciudad que tienen distinta altura. Del mismo modo las rampas en los garajes conectan dos plantas de distinto nivel y una cinta transportadora lleva materiales desde la puerta de un depósito hasta la caja del camión, la que se halla a distinta altura.

En la fig. N° 6, se ve el esquema de un plano inclinado con un cuerpo apoyado sobre él.



Para facilitar el estudio del comportamiento de dicho cuerpo sobre el plano, vamos a descomponer al vector representativo del peso del cuerpo (P), en dos direcciones perpendiculares entre sí. Una de ellas, paralela al plano (dando lugar a la componente paralela o tangencial del peso (P_x)) y la otra perpendicular (dando lugar a la componente perpendicular o normal del peso (P_y)). [Aquí "normal" es sinónimo de perpendicular].

El vector R_n representa a la reacción normal del plano inclinado (es una reacción de vínculo), que equilibra a la componente normal del peso (P_y). Es la fuerza con la que el plano responde al contacto, porque le apoyaron un objeto sobre él.

Por su parte F_r es la fuerza de fricción (rozamiento) que actúa entre el cuerpo y el plano, y equilibra a la componente paralela del peso (P_x). El rozamiento siempre existe (en la práctica es muy difícil de eliminar, cuando no imposible), y su valor puede no ser suficiente para equilibrar la acción de P_x. De hecho cuando un cuerpo desliza por un plano inclinado (cual lo hace un niño por un tobogán), se está dando esta última situación.

Matemáticamente: $P_x = P.\text{sen}\ \alpha$; $P_y = P.\cos\alpha$

A menos que actúen otras fuerzas sobre el cuerpo, en una situación como la descripta, será:

$$R_n = P_y \qquad\qquad F_r \leq P_x$$

Ejemplo: Supongamos un tobogán inclinado un ángulo $\alpha = 37°$ y sobre su pendiente está sentado un chico que pesa 450 N. Para permanecer en equilibrio, deberá soportar sobre sí, una fuerza de rozamiento de:

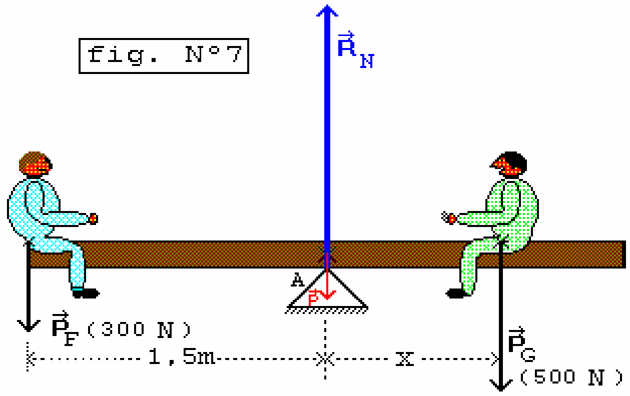
$F_r = P_x = 450$ N.sen 37° = 270 N, paralelos al tobogán y con sentido hacia arriba. A su vez el plano reacciona normalmente sobre el chico con una: $R_n = 450$ N.cos 37° = 360 N.

2-2.5.b)EQUILIBRIO DE BARRAS RÍGIDAS VINCULADAS.

BARRA RÍGIDA APOYADA SOBRE UN SOLO VÍNCULO

Veamos el caso de un sube y baja, apoyado en su punto medio, que mide 3 m, y pesa P = 150 N, con dos chicos jugando en él. Uno de ellos pesa P_G = 500 N y el otro P_F = 300 N.

fig. N°7



Suponiendo que el chico más flaco se ubica en un extremo del tablón, se desea saber dónde deberá ubicarse el más gordo para lograr mantener al tablón en equilibrio, en posición horizontal. (Ver fig. 7)

Aplicando la primera condición de equilibrio:

$R_n - P_F - P - P_G = 0$

$R_n = 300\ N + 150\ N + 500\ N = 950\ N$

El apoyo "A" deberá reaccionar con 950 N para mantener el equilibrio de traslación. Aplicando la 2° condición de equilibrio:

$$\Sigma M^{(A)} = M_F^{(A)} + M_R^{(A)} + M_P^{(A)} - M_G^{(A)} = 0 \Rightarrow [\ M_R^{(A)} = M_P^{(A)} = 0\ ]$$

$$\Sigma M^{(A)} = P_F .1,5\ m - P_G.x = 0$$

$$\Sigma M^{(A)} = 300\ N.1,5\ m - 500\ N.x = 0$$

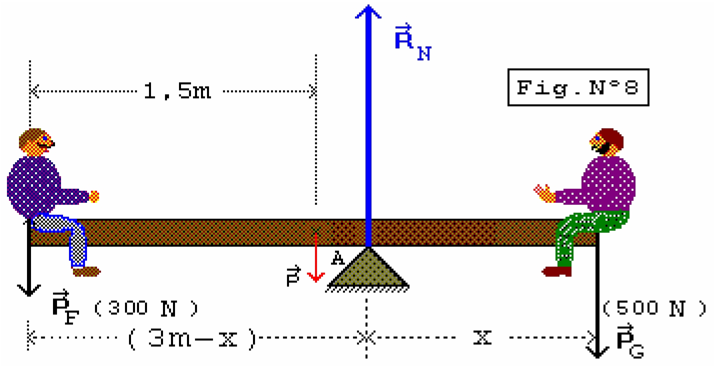
$$x = (^{450\ N.m}/_{500\ N}) = 0,9\ m = 90\ cm$$

Entonces el chico más pesado deberá acercarse al apoyo, a una distancia de 90 cm, para que la tabla del sube y baja quede en equilibrio horizontal.

Como ejercicio, resuelvan este mismo caso nuevamente, pero con la condición de que ambos chicos se tengan que sentar en el borde del tablón.

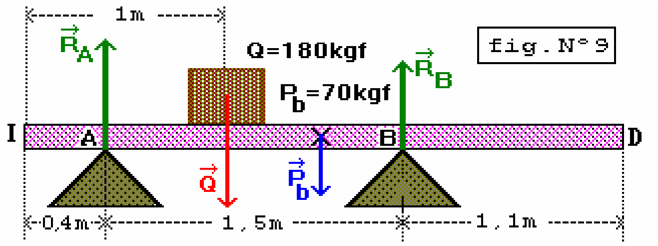
Para lograr el equilibrio, se deberá correr el apoyo "A" hacia el más gordo. Se trata de determinar a que distancia del gordo hay que colocar el apoyo "A" (no es 90 cm).

Se recomienda emplear el método que se utilizó al ejemplificar la 2° condición de equilibrio (ver pag. N° 5) tomando como centro de momentos a alguno de los extremos del tablón.(ver fig. N°8)



BARRA RÍGIDA CON DOS APOYOS.

Para el caso de la barra que se muestra en la fig. N° 9, se trata de determinar las reacciones en los apoyos "A" y "B", provocadas por el peso de la barra y por la carga que hay sobre ella.



1) Aplicando la primera condición de equilibrio, tendremos:

$R_A + R_B - Q - P_b = 0 \Rightarrow R_A + R_B = Q + P_b$

$R_A + R_B = 180 \text{ kgf} + 70 \text{ kgf} = 250 \text{ kgf}$

2) Aplicando la segunda condición de equilibrio y tomando como centro de momentos al punto "A", tendremos:

$\Sigma M^{(A)} = M_{(R_A)} - M_{(Q)} - M_{(P_b)} + M_{(R_B)} = 0$

$\Sigma M^{(A)} = -180 \text{ kgf}.0,6 \text{ m} - 70 \text{ kgf}.1,1 \text{ m} + R_B.1,5 \text{ m} = 0$

$\Sigma M^{(A)} = -108 \text{ kgf.m} - 77 \text{ kgf.m} + R_B.1,5 \text{ m} = 0$

$\Sigma M^{(A)} = -185 \text{ kgf.m} + R_B.1,5 \text{ m} = 0 \Rightarrow R_B = {}^{185\text{kgf.m}}/_{1,5\text{m}} = 123,3 \text{ kgf}$

Despejando el valor de R_A de la ecuación planteada en la primera condición de equilibrio tendremos:

$R_A = 250 \text{ kgf} - R_B = 250 \text{ kgf} - 123,3 \text{ kgf} = 126,7 \text{ kgf}$

2-4)MAQUINAS SIMPLES.

2-4.1)POLEAS Y APAREJOS

2-4.1.a)POLEA FIJA:

La polea fija es un simple disco que presenta una acanaladura por la que puede pasar una cuerda, o soga, o una cadena. Su principal función es la de modificar la dirección de las fuerzas al trasmitirlas por cuerdas.

La denominación "fija" se debe a que su eje permanece fijo, mientras el disco gira a su alrededor.

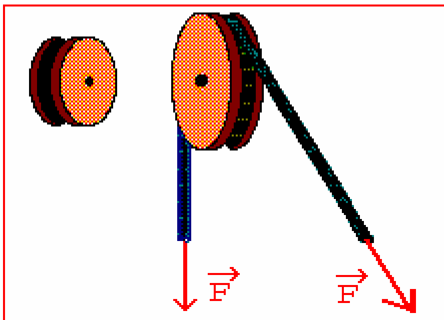


Fig. N°12

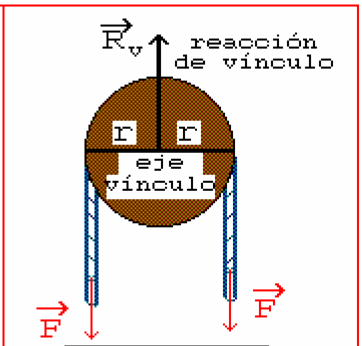


Fig. N°13

En la fig. N° 12, vemos a una polea fija desarmada y cuando se halla montada a los efectos con que se la requiere.

En el caso de la polea fija, solo modifica la dirección de las fuerzas, pero no su módulo, ya que la transmite con idéntico valor.

En la práctica, y debido al rozamiento en el eje de la polea, puede diferir en mayor o menor medida el valor de las fuerzas a ambos lados de la misma, dependiendo del tipo de montaje del eje (rulemanes, buje de bronce, apoyos cónicos, etc.), aún girando con velocidad constante.

Viendo la fig. N° 13, es fácil advertir que al menos en teoría, las dos fuerzas a cada lado son iguales, ya que la polea opera cual si fuese una palanca de brazos iguales.

Aplicando las condiciones de equilibrio, tendremos que:

1ª) $\Sigma F = 0 \Rightarrow R_v - F - F = 0 \Rightarrow R_v = 2.F$

2ª) $\Sigma M^{(o)} = 0 \Rightarrow M_F^{(o)} - M_F^{(o)} = 0 \Rightarrow F.r - F.r = 0 \Rightarrow F.r = F.r$

Cancelando "r" $\Rightarrow F = F$

2-4.1.b)POLEA MÓVIL:

A diferencia de la polea fija, la polea móvil además de girar desplaza su eje y permite transmitir a la carga que desea levantarse, una fuerza mayor que la aplicada, a expensas de un recorrido más largo de la cuerda. La fig. N° 14 muestra a una polea móvil tal como se la suele emplear en la práctica, donde reduce a la mitad la fuerza necesaria para levantar una carga.

La polea móvil reduce el esfuerzo a la mitad, ya que se comporta como una palanca apoyada en un extremo, con la carga en su centro. Aplicando la primera condición de equilibrio, y al ser uniforme la tensión de la cuerda en toda su extensión (en el equilibrio), tendremos:

$F + F - Q = 0 \Rightarrow 2.F = Q \Rightarrow F = {}^{Q}/_{2}$,resultado al que también se llega aplicando la segunda condición de equilibrio (tomando momentos con respecto al punto "I"):

$\Sigma M^{(I)} = 0 \Rightarrow F.2.r - Q.r = 0 \Rightarrow F = {}^{Q}/_{2}$ (cancelando r y despejando F).

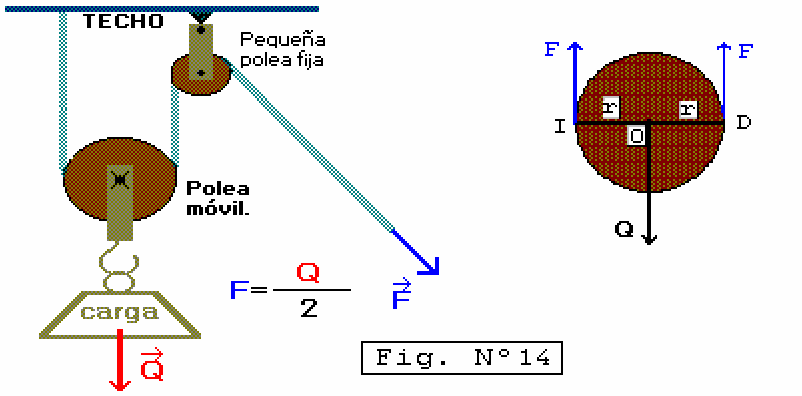


Fig. N°14

En este desarrollo, hemos despreciado el peso propio de la polea móvil, ya que suele ser mucho menor que la carga y su incidencia es despreciable. En el caso que se desee tener en cuenta dicho peso, el razonamiento es igual, con tal de incorporarlo al valor de la carga Q.

Es decir Q' = Q + p , donde "p" es el peso propio de la polea móvil.

2-4.1.c)APAREJO POTENCIAL.

Aunque su uso hoy día, es prácticamente nulo, su estudio aún reviste interés, no solo histórico, sino desde el punto de vista mecánico. Se trata de la asociación seriada de poleas móviles.

Teniendo en cuenta que cada polea móvil reduce a la mitad la fuerza que transmite, el aparejo potencial transmitirá una fuerza que dependerá de la cantidad de poleas móviles asociadas (ver fig. N° 15).

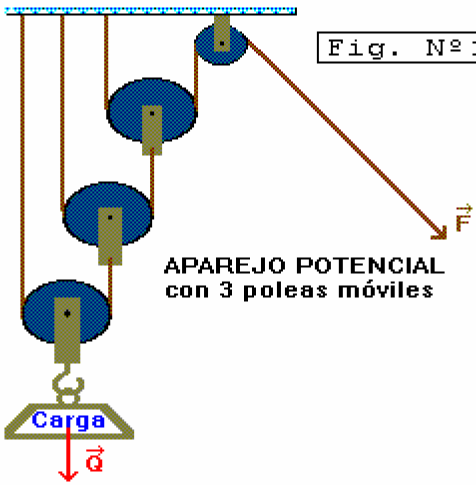


Fig. Nº15

La expresión siguiente permite calcular la fuerza transmitida, en función del número de poleas móviles:

$$\boxed{F = \frac{Q}{2^n}}$$

donde Q es la carga, F la fuerza transmitida por la última cuerda y "n" es el número de poleas móviles que componen el aparejo potencial. El nombre "potencial" es precisamente porque dicho número "n" es exponente de una potencia.

En el caso de la figura es n = 3 y F es 8 veces más pequeño que Q.

$$F = \frac{Q}{2^n} = \frac{Q}{2^3} = \frac{Q}{8}$$ (despreciando el peso propio de las poleas).

La principal desventaja que presenta el aparejo potencial es el distanciamiento de una polea respecto de la otra, ya que por ejemplo, si se desea levantar una carga hasta 10 m de altura desde el suelo, con un aparejo de tres poleas móviles hay que instalar dicho aparejo a 40 m de altura y arrastrar 80 m de soga.

2-4.1.d)APAREJO FACTORIAL.

A diferencia del anterior, el aparejo factorial halla su uso muy difundido en diversos mecanismos, como ser grúas, silletas para pintores de frentes, para elevar las velas en barcos, industrias, etc.

Para conocer sus características, vemos en la fig. N° 16 un aparejo factorial de 3 poleas móviles. Mediante la siguiente expresión, se calcula la fuerza transmitida:

$$\boxed{F = \frac{Q}{2 \, . \, n}}$$

donde Q es la carga, F es la fuerza transmitida al extremo de la cuerda y "n" es el número de poleas móviles que componen el aparejo factorial.

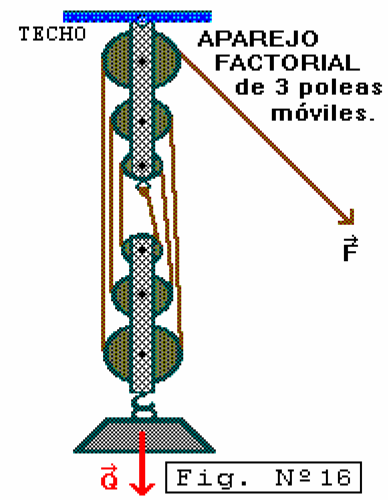
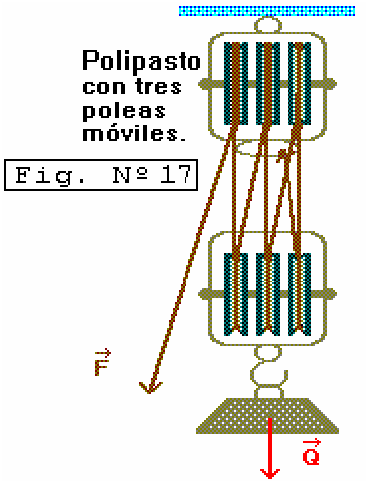


Fig. Nº 16

El nombre "factorial" es precisamente porque dicho número "n" es factor de un producto.

En la fig. N° 16, las poleas se han dibujado una bajo la otra y con distinto diámetro, a los efectos de mostrar el funcionamiento del aparejo y de como está pasada la cuerda por las poleas.

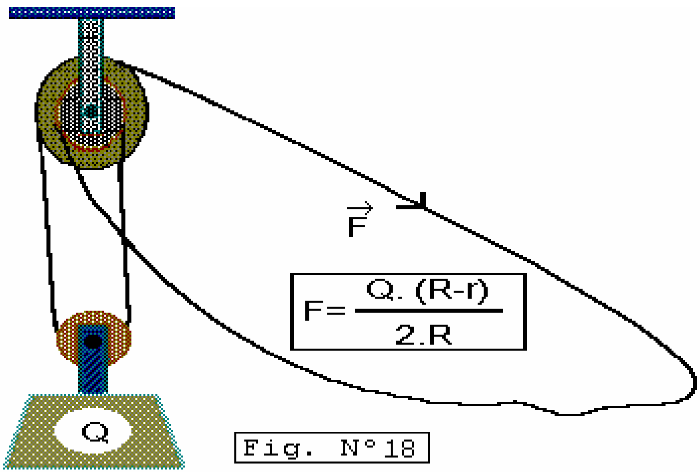
Aunque existen aparejos así diseñados, los más comunes son los llamados "polipastos", en los que el conjunto que conforman las poleas móviles y las poleas fijas, están montados sobre un mismo eje y tienen todas el mismo diámetro. (ver fig. N° 17).



Respecto del cálculo de la fuerza transmitida a la cuerda por la carga, se puede ver que en este caso, la carga está sostenida por seis cuerdas, debiéndose repartir el peso de dicha carga entre esas seis cuerdas y siendo que la fuerza se aplica sobre una sola de ellas, que pasa por la última polea fija, es obvio que se transmitirá la sexta parte de la carga.

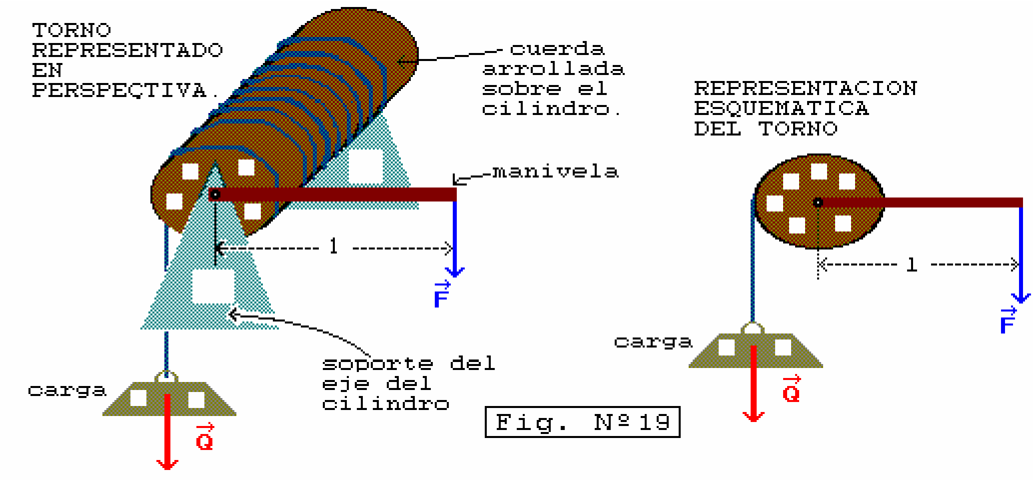
2-4.1.e)APAREJO DIFERENCIAL.

Es una variante de la polea móvil. Está formada por dos poleas fijas de distinto diámetro, soldadas una junto a la otra asociadas con una polea móvil. La reducción de la fuerza transmitida radica en la diferencia de diámetros del conjunto de poleas fijas, sumado a la reducción que es propia de la polea móvil.



2-4.1.f)TORNO.

Es otra de las máquinas simples, se lo emplea con mucha frecuencia aún hoy día, aunque muchas de las veces combinado con engranajes y motorizado. Lo vemos en grúas y mochilas para remolcar automotores. En dispositivos para tensar el cable de acero que sujeta a la carga sobre el camión, grúas en general, en el reel de la caña de pescar para arrollar la tansa, en el malacate de las camionetas todoterreno, etc.



En su aspecto elemental vemos en la fig. N° 19, que la fuerza aplicada en el extremo de su manivela (de la que despreciamos su peso propio), estará relacionada con el peso de la carga por medio de:

$$\boxed{F.l = Q.r}$$

Momento de la fuerza F igual al momento de la carga Q, siendo l el largo de la manivela y r el radio del cilindro del torno.

2-5)CENTRO DE GRAVEDAD DE UN CUERPO.

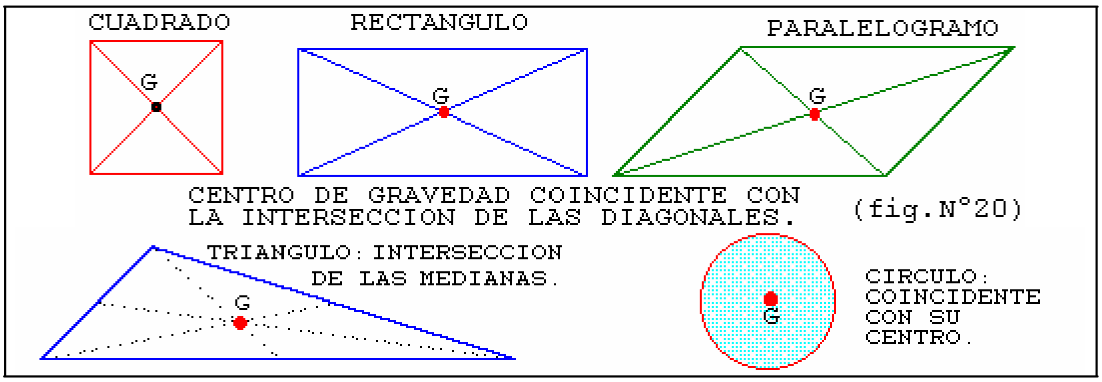
A los efectos de este curso, vamos a admitir que el centro de gravedad de un cuerpo es un punto imaginario que puede o no pertenecer al mismo, con la condición siguiente:

Si podemos imaginar que un cuerpo está formado por muchas partículas elementales (muy pequeñitas), y cada una de ellas pesa un poco, el peso total del cuerpo será la suma del peso de cada una de esas partículas.

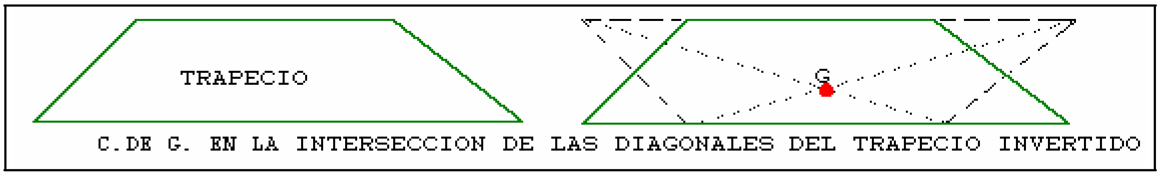
La resultante de dicha suma podrá estar representada por un único vector aplicado en el centro de gravedad. Se debe cumplir además con la segunda condición de equilibrio, aplicada a esta situación, según la cual, la suma de los momentos del peso de esas partículas con respecto al centro de gravedad, debe ser nula.

2-5.1)CENTRO DE GRAVEDAD DE FIGURAS PLANAS.

Las figuras planas de geometría regular tienen el centro de gravedad en un punto que puede determinarse sencillamente y generalmente coincide con puntos notables de la figura.



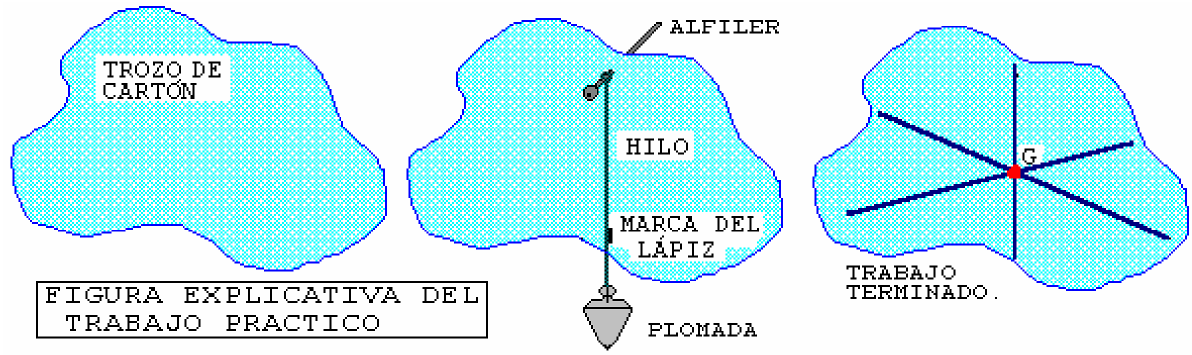
(fig.N°20)



2-5.2)TRABAJO PRÁCTICO:

DETERMINAR EL CENTRO DE GRAVEDAD DE UNA FIGURA DE GEOMETRÍA IRREGULAR:

Recortar un trozo de cartón de forma irregular, similar al de la figura. Proveerse de hilo de coser, un alfiler, una goma de borrar (que con el hilo oficiará de plomada, o bien conseguir una pequeña plomada), una regla plástica y un lápiz.



Pinchar el cartón con el alfiler cerca de un borde, y verificar que pueda oscilar sin dificultad.

Sostener con los dedos al alfiler por el extremo que tiene punta y esperar que el cartón deje de oscilar. Colgar la plomada de la cabeza del alfiler, de modo que su hilo señale la vertical. Fijar con dos dedos de la otra mano la posición del hilo y marcarla con el lápiz.

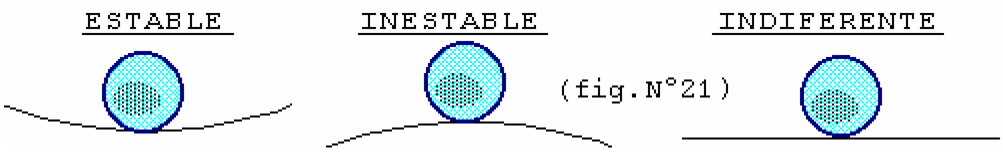
Retirar la plomada, colocar el cartón sobre la mesa y trazar una línea que una el orificio dejado por el alfiler y la marca hecha con el lápiz señalando la vertical.

Repetir la operación hecha punzando con el alfiler en dos posiciones más, que no estén alineadas entre sí. La intersección de estas líneas determina la posición del centro de gravedad.

2-6)EQUILIBRIO DE CUERPOS APOYADOS Y SUSPENDIDOS.

Existen tres situaciones de equilibrio, tanto en cuerpos apoyados como suspendidos: 1)ESTABLE, 2)INESTABLE y 3)INDIFERENTE.

a)APOYADOS:



En los apoyados, la estabilidad, depende (en este caso) de la forma de la superficie de apoyo.

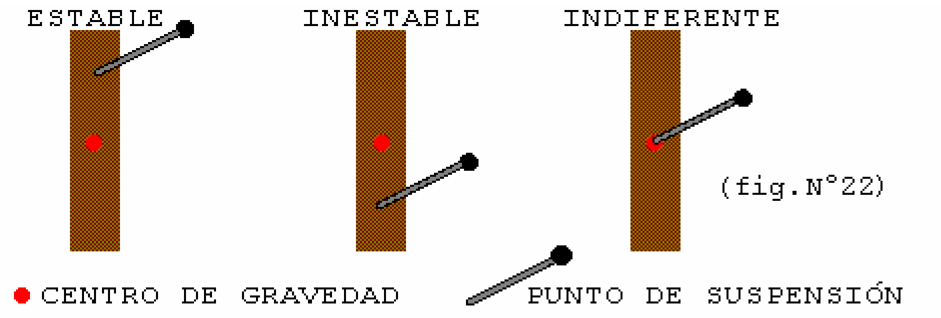
La primera, es estable, porque retorna al equilibrio si se aparta de dicha posición. La segunda, es inestable porque no hay retorno al equilibrio y la tercera es indiferente porque está siempre en equilibrio.

<u>b) SUSPENDIDOS:</u>

1)ESTABLE: Cuando un cuerpo se suspende de un punto que se halla por encima del centro de gravedad.

2)INESTABLE: Cuando un cuerpo se suspende de un punto que se halla por debajo del centro de gravedad.

3)INDIFERENTE: Cuando un cuerpo se suspende justo del centro de gravedad.



(fig.N°22)

…

UNIDAD 3

3) CINEMÁTICA:
Concepto del término.

El término *“CINEMÁTICA”* deriva de la raíz “kinema o kinesia” que significa movimiento. Es así que cuando decimos “CINE”, nos estamos refiriendo a la cinematofotografía, palabra compuesta que nos está diciendo que se trata de grabados (grafía) hechos con luz (foto) que además se ***mueven*** (cinemato). También se recurre a esta raíz para designar a una rama de la medicina: la kinesiología, que se ocupa del ***movimiento*** de las distintas partes del cuerpo humano. En forma análoga, la palabra “telekinesis” se refiere a una rama de la parapsicología que asegura poder efectuar ***movimientos*** de objetos a distancia sin tocarlos. También se suele llamar hiperkinéticos a los chicos muy ***movedizos***.

3-1)¿Qué es la cinemática?: La CINEMÁTICA es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que los provocan.

3-1.1)Conceptos generales acerca del movimiento: Para darnos cuenta que algún objeto se está moviendo, necesitamos contar con otros objetos a los que consideramos quietos y que nos permiten advertir que el cuerpo en cuestión se mueve, porque se acerca o se aleja de aquellos a los que suponíamos en reposo. En la práctica esta función de servir de referencia para advertir el movimiento, es cumplida por los llamados sistemas de referencia.

Un sistema de referencia, es algo que nos permite determinar unívocamente la posición de puntos en el espacio. Cumplen con esta función los sistemas de coordenadas, de los que existen diversos tipos: 1) Sistema de coordenadas cartesianas ortogonales; 2) Sistema de coordenadas esféricas; 3) Sistema de coordenadas polares; etc.

Nosotros emplearemos los sistemas cartesianos. Estos consisten de tres rectas que se cortan perpendicularmente entre sí en el espacio tridimensional.

Así, la posición de un punto en el espacio queda unívocamente determinada por sus tres coordenadas (x ; y ; z).

En un plano (bidimensional) son dos rectas que se cortan perpendicularmente, y nos alcanza con dos coordenadas de posición (x ; y) para determinar el lugar donde se encuentra un punto.

En una dimensión, es una recta con un punto de referencia marcado sobre ella, y se requiere de un solo dato para ubicar la posición de un punto (x). (Ver fig. N°1 y N°1-bis).

COORDENADAS CARTESIANAS DE UN PUNTO (P) EN UNA RECTA (UNIDIMENSIONAL).

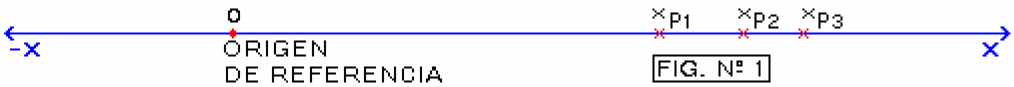
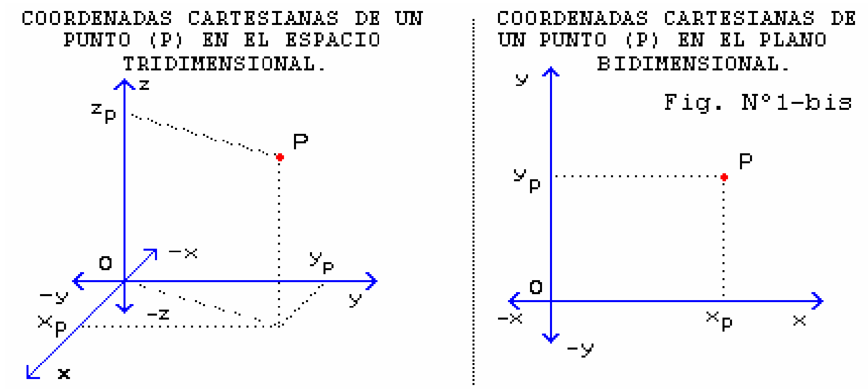


FIG. Nº 1



Una vez determinada la posición, por medio de las coordenadas, decimos que: ***UN PUNTO SE MUEVE CUANDO SUS COORDENADAS DE POSICIÓN CAMBIAN CON EL TRANSCURSO DEL TIEMPO.***

Ejemplo: En el espacio tridimensional (nuestra habitación), ubicamos la posición de la lámpara que cuelga del techo a través de su distancia a las paredes y al piso. Así decimos que la lámpara, se halla a 1 m de una pared, a 3 m de la otra pared y a 2 m del piso. Estas distancias son las coordenadas de posición y las intersecciones de dos de las paredes entre sí y con el piso constituyen los ejes de coordenadas (x, y, z). Si de pronto observamos que la lámpara oscila porque entra viento en la habitación, detectamos el movimiento porque cambian constantemente las distancias a las paredes y al piso, o sea cambian las coordenadas de posición.

Es importante que incorporemos la necesidad de los sistemas de referencia para ubicar la posición de un punto o conjunto de puntos.

Alguna vez les debe haber ocurrido, que mientras están tomando sol en la playa, acostados sobre la arena, observan algunas nubes sobre el firmamento inmenso. La infinitud hace que perdamos toda referencia para ubicar la posición de esas nubes y así no darnos cuenta que las mismas se mueven. Sin embargo, al dirigir nuestra mirada hacia un punto opuesto al mar, donde se levantan algunas edificaciones, inmediatamente advertimos el movimiento de esas nubes, al ver que se acercan o se alejan de los edificios.

En el espacio tridimensional, el piloto de un avión informa a la torre de control su posición en el aire, mediante tres coordenadas, que en este caso son: latitud (norte o sur), longitud (este u oeste) y altura (sistema de coordenadas esféricas).

En el plano (dos dimensiones) ubicamos la posición de un punto por medio de dos coordenadas. Así cuando un barco comunica su posición a tierra, informa dos coordenadas: latitud y longitud.

En el cine o teatro, las entradas numeradas, traen dos datos: fila y asiento, que ofician de coordenadas.

De manera análoga al caso anterior, ubicamos la posición de una calle en el plano de la ciudad por medio de dos coordenadas.

Al buscar las referencias del plano advertimos que el mismo se halla dividido en cuadrículas las que se designan por números y letras (como cuando juegan a la batalla naval) y la calle buscada se halla dentro de la que se indica como F-14, por ejemplo.

En una dimensión ubicamos la posición de un punto con una sola coordenada. Es el caso que se nos presenta cuando queremos indicar al auxilio mecánico el lugar donde se halla el vehículo que ha sufrido un desperfecto. Sólo indicamos en que kilómetro de la ruta se encuentra el auto. Por ejemplo decimos que está en el Km. 118 de la ruta dos.

3-2)Cinemática del punto: Movimientos unidimensionales.

Hablamos de ***CINEMÁTICA DEL PUNTO*** cuando estudiamos el movimiento de uno o más puntos y decimos unidimensionales cuando dichos puntos se mueven en una sola dimensión (por ej.: rectilíneos).

3-2.1)Movimientos rectilíneos:

Son aquellos en que la trayectoria es una línea recta. La **posición** del punto móvil queda determinada por una sola coordenada. Llamamos "x" a la recta donde se halla dicho punto móvil (x, es un nombre genérico, por no decir ruta tres, o Av. Rivadavia o ruta Panamericana, etc.). Su posición será en distintos instantes, sucesivamente, x_1, x_2, x_3, ... ,x_n. El subíndice representa una secuencia temporal, es decir que la posición x_1 fue ocupada por el punto móvil antes que la x_2 mientras que x_3 la ocupó con posterioridad a la x_2.

La fig. N° 2 muestra como ejemplo, las distintas posiciones en las que se ha detectado a un punto "**P**" en sucesivos instantes.

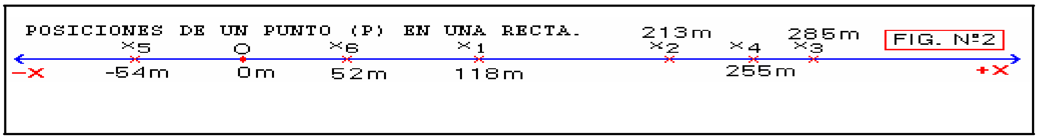


FIG. Nº2

DESPLAZAMIENTO: Se denomina desplazamiento a la diferencia entre dos posiciones ocupadas por el punto móvil. El desplazamiento, nos da una información más amplia que la mera distancia que existe entre esas dos posiciones. Nos dice además, en que sentido se ha movido el punto. Se simboliza con Δx (se lee "delta equis") y se emplea un doble subíndice para indicar entre que posiciones se ha desplazado dicho punto.

Por ej.: $\Delta x_{1,2} = x_2 - x_1 = 213\ m - 118\ m = 95\ m$ expresa el desplazamiento del punto entre la posición x_1 y la posición x_2.

Calculen ahora los siguientes desplazamientos:

$\Delta x_{2,3}$; $\Delta x_{3,4}$; $\Delta x_{4,5}$; $\Delta x_{5,6}$; $\Delta x_{1,4}$; $\Delta x_{1,5}$; $\Delta x_{1,6}$; $\Delta x_{2,5}$; $\Delta x_{2,6}$; $\Delta x_{3,5}$; $\Delta x_{3,6}$; $\Delta x_{4,6}$.

INSTANTES Y LAPSOS: Designamos con la letra "t" y un subíndice a cada uno de los instantes correspondientes a las posiciones ocupadas por el móvil.

Por ejemplo t_1 designa al instante en que el punto pasó por x_1 (se emplea el mismo subíndice que en cada posición). Supongamos los siguientes valores para los instantes correspondientes a las posiciones anteriores:

t_1 = 4 seg; t_2 = 9 seg; t_3 = 14 seg; t_4 = 20 seg; t_5 = 30 seg; t_6 = 37 seg.

Definimos como "**LAPSO**" al tiempo transcurrido entre dos instantes cualesquiera. Se simbolizan con Δt (se lee "delta te") y también aquí se emplea un doble subíndice para indicar entre que instantes se calcula.

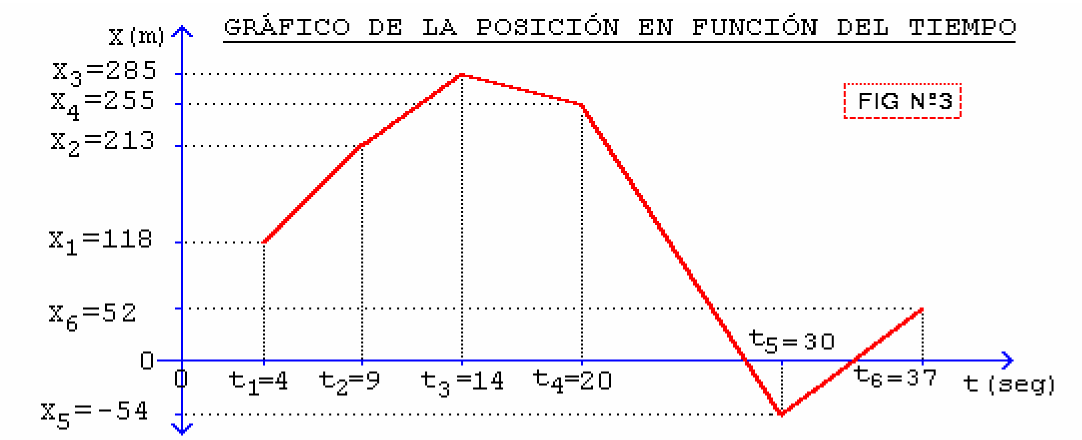
Por ej.: $\Delta t_{1,2} = t_2 - t_1$ = 9 seg -4 seg = 5 seg.

Calculen ahora los siguientes lapsos:

$\Delta t_{2,3}$; $\Delta t_{3,4}$; $\Delta t_{4,5}$; $\Delta t_{5,6}$; $\Delta t_{1,3}$; $\Delta t_{1,4}$; $\Delta t_{1,5}$; $\Delta t_{1,6}$; $\Delta t_{2,4}$; $\Delta t_{2,5}$; $\Delta t_{2,6}$; $\Delta t_{3,5}$; $\Delta t_{3,6}$.

VELOCIDAD MEDIA: Se define como el cociente entre el desplazamiento realizado por el móvil dividido por el lapso correspondiente. Se simboliza con $v_{m_{1,2}}$ y se calcula como sigue:

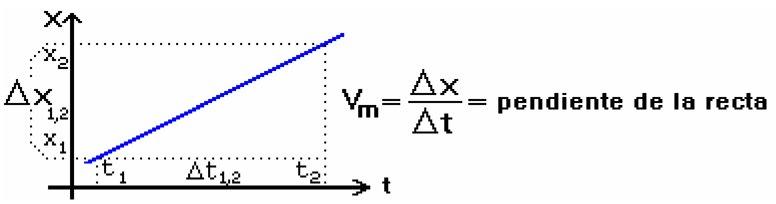
$$V_{m_{1,2}} = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{95\,m}{5\,seg} = 19\,\frac{m}{seg}$$



Esta gráfica corresponde al ejemplo que hemos estado utilizando para las posiciones y los instantes dados antes.

La velocidad es una magnitud **vectorial**, pero como en los movimientos rectilíneos, todos los vectores (posición y velocidad) son colineales, su empleo parece ser escalar, al estar estos vectores representados por un número (módulo) y el signo que indica el sentido.

"Geométricamente, la velocidad media, es la pendiente de la recta que pasa por los dos pares (t;x) considerados en cada caso"



Como ejercicio calculen las restantes velocidades medias y tracen en el gráfico anterior las rectas que las representan:

$v_{m_{1,3}}$; $v_{m_{1,4}}$; $v_{m_{1,5}}$; $v_{m_{2,3}}$; $v_{m_{2,4}}$; $v_{m_{2,5}}$; $v_{m_{2,6}}$; $v_{m_{3,4}}$; $v_{m_{3,5}}$; $v_{m_{3,6}}$; $v_{m_{4,5}}$; $v_{m_{4,6}}$; $v_{m_{5,6}}$.

UNIDADES DE VELOCIDAD

La velocidad, en estos ejemplos, la hemos expresado en $\frac{m}{seg}$ (se lee metros por segundo). Sin embargo nos resulta más familiar por el uso cotidiano, la expresión $\frac{km}{h}$ (se lee kilómetros por hora) para expresar la unidad de la velocidad, ya que esta forma es ampliamente usada para indicar la velocidad máxima en rutas y es la que emplean los fabricantes de automóviles en sus instrumentos de tablero. Cuando decimos "kilómetros por hora" no significa que se esté multiplicando la unidad de longitud (km) por la unidad de tiempo (h), sino que por el contrario se está queriendo decir que a esa velocidad (de mantenerse) se recorrerán "tantos" kilómetros <u>por cada</u> hora transcurrida.

CONVERSIÓN DE UNIDADES DE VELOCIDAD:

*Pasaje de km/h a $\frac{m}{seg}$:

Sea por ejemplo convertir $90\frac{km}{h}$ a $\frac{m}{seg}$

90 km = 90.000 m y 1 h = 3600 seg ,luego será:

$$90\frac{km}{h} = \frac{90000\ m}{3600\ seg} = 25\frac{m}{seg}$$

*Pasaje de $\frac{m}{seg}$ a $\frac{km}{h}$

Sea por ejemplo convertir $15\frac{m}{seg}$ a $\frac{km}{h}$

15 m = 0,015 km y 1 seg = $\frac{1}{3600}$ h , luego será:

$$15\frac{m}{seg} = \frac{0{,}015\ km}{\frac{1}{3600}\ h} = 54\frac{km}{h}$$

En forma práctica se multiplica o divide por 3,6 según se pase de $\frac{m}{seg}$ a $\frac{km}{h}$ o viceversa.

<u>*PROBLEMA APLICANDO DESPLAZAMIENTOS Y VELOCIDADES MEDIAS:</u>

Un auto recorre 100 km a $60\frac{km}{h}$, luego descansa 40 min y completa su viaje a $90\frac{km}{h}$ en 80 min. Hallar la distancia total recorrida, la duración del viaje completo y la velocidad media empleada. Representar gráficamente la situación descripta (posición y velocidad en función del tiempo).

DESARROLLO: a)Cálculo de la distancia total recorrida: Sólo debemos hallar la longitud del viaje de la etapa posterior al descanso (d_2), ya que sabemos lo que recorrió en la primera (designamos d_1 a esta distancia):

$$d_2 = 90\frac{km}{h}.80\ min = 90\frac{km}{h}.\frac{80}{60}\ h = 120\ km$$

Luego el recorrido total es $d_1 + d_2 = 100\ km + 120\ km = 220\ km$

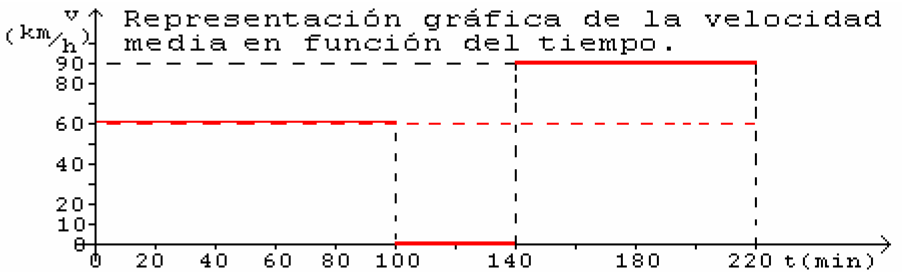
b)Cálculo del tiempo total del viaje: Sólo debemos hallar el tiempo del viaje de la etapa anterior al descanso (t_1), ya que sabemos cuanto tardó después (designamos t_2 a este último tiempo):

$$t_1 = \frac{100\ km}{60\ \frac{km}{h}} = \frac{5}{3}\ h = 100\ min$$

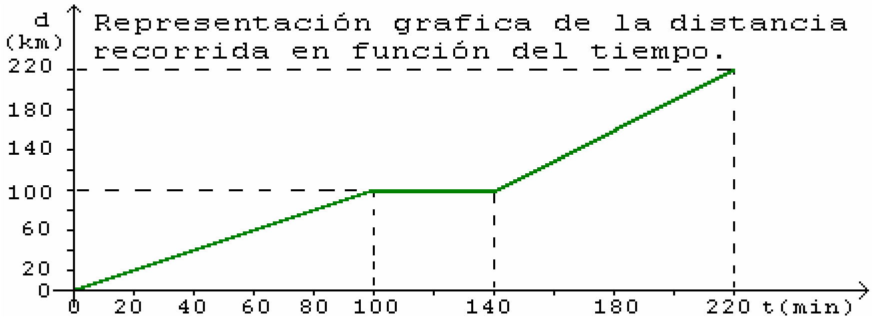
$t_{total} = t_1 + t_{descanso} + t_2 = 100\ min + 40\ min + 80\ min = 220\ min.$

c) Cálculo de la velocidad media: La forma correcta de hacerlo es mediante el cociente entre la distancia total recorrida y el tiempo total del viaje:

$$v_m = \frac{220\ km}{220\ min} = 1\frac{km}{min} = 60\frac{km}{h}$$



La línea de trazos roja, representa la velocidad media del viaje completo.



Utilizar una regla para verificar que la pendiente de la recta (entre 0 y 220 min) coincide con la de la primera etapa ($60\frac{km}{h}$).

3-2.2)Movimiento rectilíneo y uniforme (M.R.U.):

3-2.2.a)Características del movimiento.

a) La velocidad de un móvil animado con M.R.U. es constante.

b) La posición que ocupa dicho móvil sobre la recta donde se mueve, es una función lineal del tiempo.

Estas dos características son interdependientes, y al verificarse una, también se verifica la otra y viceversa.

3-2.2.b)VELOCIDAD EN EL M.R.U.

Se calcula de manera análoga a la velocidad media, pero al ser constante, se pueden tomar datos en cualquier par de posiciones sobre la trayectoria descripta por el móvil.

$$\boxed{v = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = constante}$$

3-2.2.c)ECUACIÓN HORARIA DEL M.R.U.

Esta ecuación es la que nos da la posición ocupada por el móvil en función del tiempo.

Es la función lineal de la que hablábamos en las características del movimiento. Se la llama horaria porque permite describir al movimiento según un horario. Se deduce a partir de la fórmula que nos permite calcular la velocidad, con tal de despejar x_2 de dicha fórmula, quedando "x" como variable dependiente en función de "t" (variable independiente).

Se trata de un simple ejercicio algebraico. Hagámoslo por pasos:

i) Pasamos multiplicando $(t_2 - t_1)$

$$x_2 - x_1 = v.(t_2 - t_1)$$

ii) Pasamos sumando a x_1

$$x_2 = x_1 + v.(t_2 - t_1)$$

iii) Finalmente para que adquiera la forma de una función del tiempo, y no quede particularizada en dos posiciones cualesquiera, se expresa así:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v\,(t - t_o)}$$

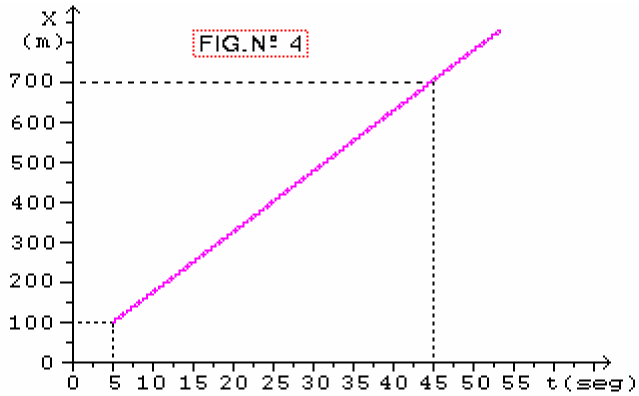
Lo cual se lee: "La posición (x) que ocupa un móvil que se desplaza con M.R.U. en el instante "t" es igual a la posición que ocupaba en el instante inicial t_o (posición x_o) más la velocidad (v) multiplicada por el lapso transcurrido entre t y t_o". O sea a su posición inicial se le suma el desplazamiento.

EJEMPLO DE ECUACIÓN HORARIA:

$$x_{(t)} = 100\ m + 15\frac{m}{seg}(t - 5\ seg)$$

La cual expresa que un móvil que se desplaza a una velocidad constante de $15\frac{m}{seg}$, en el instante t_o = 5 seg pasó por la posición x = 100 m. Veamos la representación gráfica de esta función: (fig. N°4)

3-2.2.d)REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA POSICIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO



En esta gráfica la recta que representa a la función lineal "comienza" en el punto donde x = 100 m y t = 5 seg porque la función no nos da información acerca de lo ocurrido antes del instante 5 seg. Sabemos que la ley de movimiento sigue dicha función (M.R.U.) a partir de los 5 seg.

Cuando empleamos un cronógrafo para efectuar las mediciones de los tiempos, podemos hacer que t_o sea cero, quedando la ecuación horaria expresada así:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v\,.\,t}$$

*EJEMPLOS DE ECUACIONES HORARIAS OBTENIDAS A PARTIR DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA DE GRÁFICOS .(VER FIGS.N°5 Y N°6)

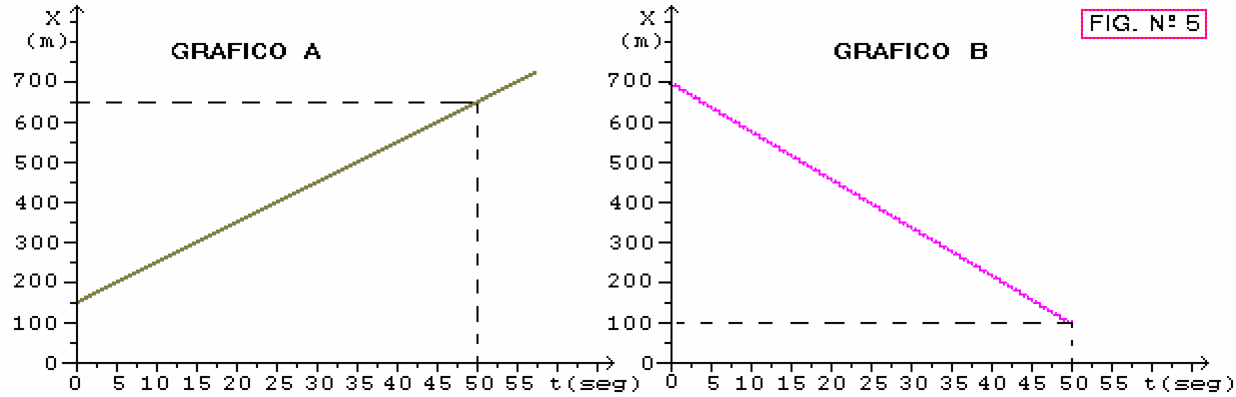


FIG. Nº 5

Del gráfico A sabemos que en t = 0 seg, un móvil pasó por la posición x = 150 m y que en t = 50 seg, su posición es 650 m, con lo que resulta:

Δx = 650 m - 150 m = 500 m y Δt = 50 seg, luego la velocidad será:

$V = \dfrac{500\ m}{50\ seg} = 10\,\frac{m}{seg}$ y la respectiva ecuación horaria es:

$$x_{(t)} = 150\ m + 10\frac{m}{seg}\ t$$

Para el gráfico B, vemos que en t = 0 seg, la posición es 700 m y en el instante t = 50 seg, su posición es 100 m, resultando una recta de pendiente negativa, lo cual hará que la velocidad también sea negativa. En este caso:

Δx = 100 m -700 m = -600 m ; y Δt = 50 seg, luego la velocidad será:

$V = \dfrac{-600\ m}{50\ seg} = -12\frac{m}{seg}$ y la respectiva ecuación horaria es:

$x_{(t)} = 700\ m - 12\frac{m}{seg}\ t$

En los dos próximos casos, no tenemos información acerca de la posición que ocupa el móvil en t = 0, por ello debemos usar la ecuación horaria en su forma general, o sea aquella para la cual $t_o \neq 0$.

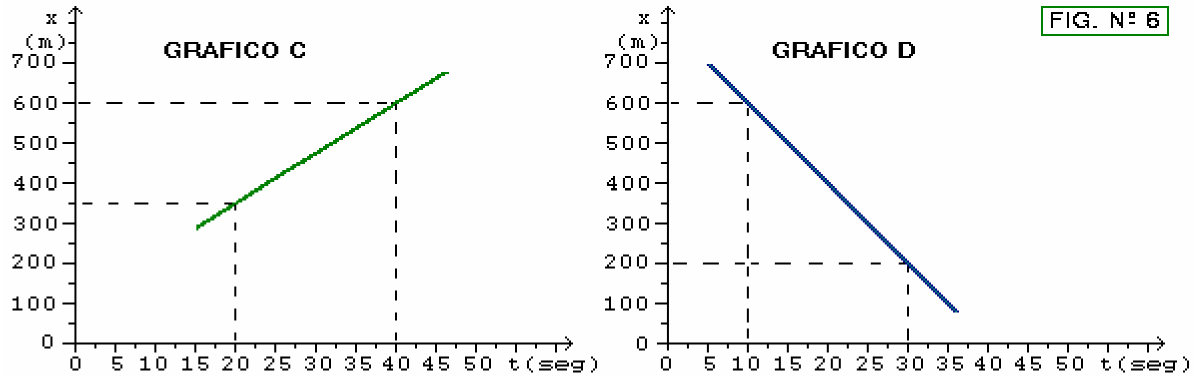


FIG. Nº 6

$x_{(t)} = x_o + v.(t-t_o)$ reemplazando en esta ecuación los valores obtenidos de los gráficos, queda: PARA EL GRAFICO "C"

a)Calculamos la velocidad como si fuese una velocidad media:

$$v = \frac{600\ m - 350\ m}{40\ seg - 20\ seg} = \frac{250\ m}{20\ seg} = 12{,}5\ \frac{m}{seg}$$

b) Ahora aplicamos la ecuación horaria:

$$x_{(t)} = 350\ m + 12{,}5\,\frac{m}{seg}\ (t - 20\ seg)$$

Distribuyendo y agrupando, logramos expresarla de una manera más reducida (como si tuviéramos $t_o = 0$).

$$x_{(t)} = 350\ m + 12{,}5\,\frac{m}{seg}.t - 250\ m = 100\ m + 12{,}5\,\frac{m}{seg}.t$$

$$x_{(t)} = 100\ m + 12{,}5\,\frac{m}{seg}.t$$

PARA EL GRÁFICO "D"

a) Cálculo de la velocidad

$$v = \frac{200\ m - 600\ m}{30\ seg - 10\ seg} = \frac{-400\ m}{20\ seg} = -20\ \frac{m}{seg}$$

b) Aplicación de la ecuación horaria:

$$x_{(t)} = 600\ m - 20\,\frac{m}{seg}\ (t - 10\ seg)$$

Distribuyendo y agrupando:

$$x_{(t)} = 600\ m - 20\,\frac{m}{seg}.t + 200\ m$$

$$x_{(t)} = 800\ m - 20\,\frac{m}{seg}.t$$

3-2.2.e) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA VELOCIDAD EN FUNCIÓN DEL TIEMPO.

En el M.R.U., la velocidad al ser constante, arroja una gráfica con una recta paralela al eje de los tiempos, ya que para todo instante la velocidad tiene el mismo valor, o sea que no se modifica.

Veamos la gráfica de la velocidad para los cuatro ejemplos utilizados en la aplicación de la ecuación horaria. (Fig.N°7-a y 7-b).

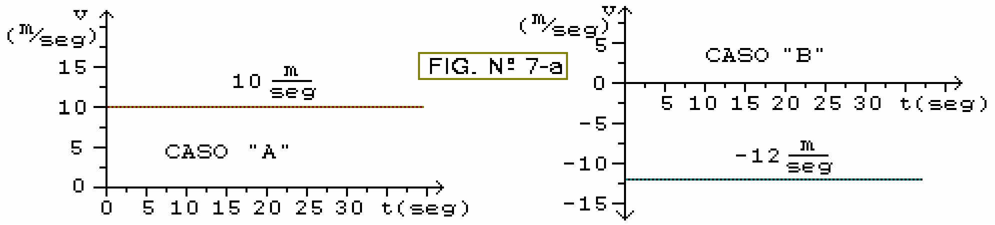


FIG. Nº 7-a

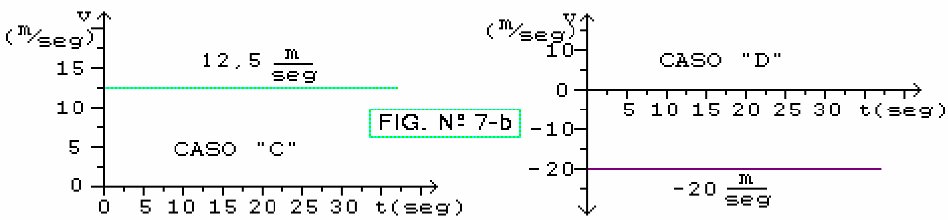


FIG. Nº 7-b

Si calculamos el área del rectángulo encerrado entre la gráfica de la velocidad, los ejes y un instante cualquiera, veremos que nos da el desplazamiento en ese lapso. En efecto:

$$\boxed{\text{ÁREA RECTÁNGULO} = \text{ALTURA.BASE} = v.\Delta t = \Delta x}$$

*EJEMPLO DE PROBLEMA QUE PUEDE RESOLVERSE COMO M.R.U.

Un auto pasa por el km 100 de su ruta a las 15 h 50 min y por el km 310 de la misma ruta a las 18 h 10 min. Suponiendo que se mueve con M.R.U., calcular: a)la velocidad; b)por donde pasó a las 17 hs; c)en que instante pasó por el km 175; d)Efectuar la representación gráfica de la posición en función del tiempo [$x_{(t)}$] y de la velocidad en función del tiempo [$v_{(t)}$].

a)Cálculo de la velocidad:

$$v = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{310\ km - 100\ km}{18\ h\ 10\ min - 15\ h\ 50\ min} = \frac{210\ km}{2\ h\ 20\ min} = 90\frac{km}{h}$$

b)Con los datos suministrados planteamos la ecuación horaria:

$$x_{(t)} = x_o + v.(t-t_o) = 100\ km + 90\frac{km}{h}\ (t - 15h\ 50min)$$

Ahora para t = 17 h, calculamos $x_{(t=17h)}$

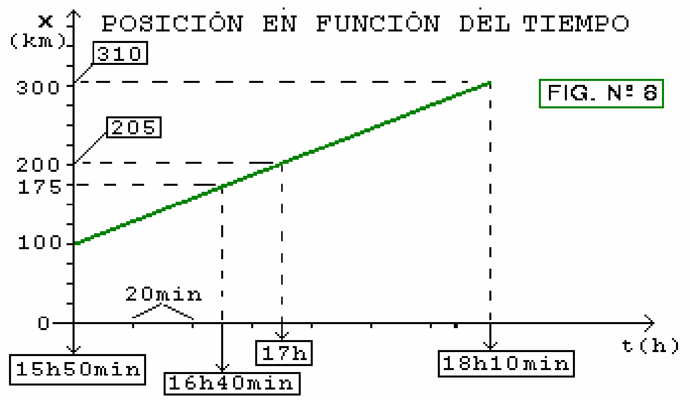
$$x_{(t=17h)} = 100\ km + 90\frac{km}{h}\ (17\ h - 15h\ 50min) = 100\ km + 105\ km = 205\ km$$

c)Ahora despejamos el tiempo cuando $x_{(t)} = 175$ km

$$175\ km = 100\ km + 90\frac{km}{h}\ (t - 15h\ 50min) \Rightarrow 75\ km = 90\frac{km}{h}\ (t - 15h\ 50min)$$

$$t - 15h\ 50min = \frac{75}{90}\ h \Rightarrow t = 50\ min + 15h\ 50min = 16h\ 40min$$

d)GRAFICOS



3-2.3)Intersección de movimientos rectilíneos y uniformes

Se denomina así a la situación que se presenta cuando dos móviles que se desplazan con M.R.U., en la misma dirección (puede ser con igual sentido o con sentido contrario), y estando separados una cierta distancia, puedan llegar a encontrarse pasado un cierto lapso.

En general se conoce esa distancia y las velocidades de cada uno de ellos y se pretende calcular el lugar y el instante en que se encontrarán.

Presentamos el tema directamente con un ejemplo:

Dos autos (A y B) se mueven sobre la misma ruta, con igual sentido, estando uno 10 km delante del otro.

El que va adelante (A), lleva una velocidad de $60\frac{km}{h}$ mientras que (B) viaja a $90\frac{km}{h}$. Se desea saber cuanto tardará (B) en alcanzar a (A) y dónde lo alcanzará.

*Este caso se denomina "DE PARTIDA SIMULTÁNEA" porque ambos móviles están en movimiento en el instante inicial.

Planteamos la ecuación horaria para cada móvil:

Para el móvil A: $x_A = 10\ km + 60\frac{km}{h}\ t_A$

Para el móvil B: $x_B = 90\frac{km}{h}\ t_B$

Las condiciones del encuentro son que, -en ese instante- las posiciones de cada uno serán coincidentes y el tiempo transcurrido para uno es el mismo que para el otro. De acuerdo con esto, se dará en ese instante que $t_A = t_B = t_\varepsilon$ (t_ε es el instante del encuentro) y en ese lugar $x_A = x_B = x_\varepsilon$ (x_ε es la posición del encuentro), con lo que las ecuaciones planteadas antes se transforman en el sistema siguiente:

Para el móvil A: $x_\varepsilon = 10\ km + 60\frac{km}{h}\ t_\varepsilon$

Para el móvil B: $x_\varepsilon = 90\frac{km}{h}\ t_\varepsilon$

Las cuales podemos resolver por igualación:

$10\ km + 60\frac{km}{h}\ t_\varepsilon = 90\frac{km}{h}\ t_\varepsilon$

$90\frac{km}{h}\ t_\varepsilon - 60\frac{km}{h}\ t_\varepsilon = 10\ km$

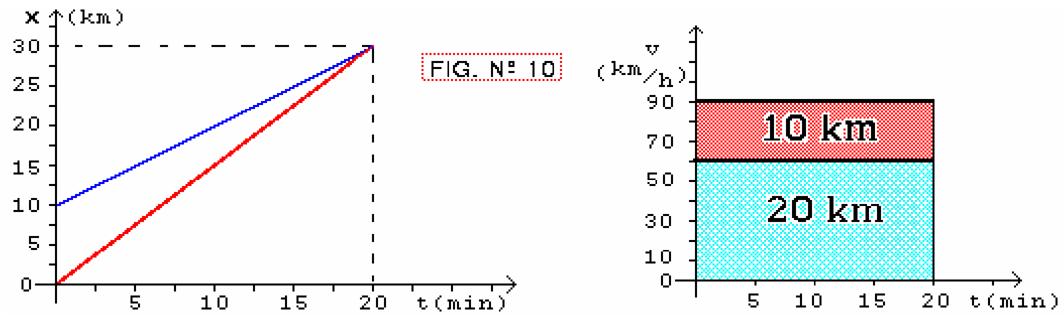
$30\frac{km}{h}\ t_\varepsilon = 10\ km \Rightarrow t_\varepsilon = (^1/_3)\ h = 20\ min$

A los 20 min el móvil B alcanzará al móvil A

Reemplazando este tiempo en la ecuación de B calculamos lo que recorre hasta alcanzarlo:

$x_B = 90\frac{km}{h}\ t_B = 90\frac{km}{h}\ (^1/_3)\ h = 30\ km$

Para una mejor comprensión de este problema hacemos la gráfica de la posición y de la velocidad para cada móvil.(Ver fig. N°10)



El área bajo la gráfica de la velocidad nos permite calcular el desplazamiento

Indica el desplazamiento del móvil que iba a 60 km/h.

Representa la diferencia de desplazamiento del más veloz.

O sea que A recorrerá 10 km menos por ser esa la distancia que llevaba de ventaja, es decir A recorrerá 20 km.

---

*Veamos un caso con "PARTIDA DIFERIDA" (Porque conocemos la posición inicial de cada móvil para distintos instantes iniciales):

Un tren de cargas parte de Buenos Aires (km 0) hacia Mar del Plata, (km 400) saliendo a las 8 hs y pretendiendo llegar a destino a las 16 hs. Un tren expreso sale de Mar del Plata a las 10 hs, debiendo llegar a Buenos Aires a las 15 hs. Calcular las velocidades de ambos trenes (suponer constantes y despreciar lo que ocurre en la salida y al llegar). Determinar a que hora y en que lugar se cruzan ambos trenes.

a) Definición del sistema de referencias utilizado: tomamos como origen [km 0 (cero)] a Buenos Aires y como km 400 a Mar del Plata.

b) Cálculo de las velocidades:

i) Velocidad del carguero (v_c)

$$v_c = \frac{400\ km}{(16\ h - 8\ h)} = 50 \frac{km}{h}$$

ii) Velocidad del tren expreso (v_e)

$$v_e = \frac{0\ km - 400\ km}{15\ h - 10\ h} = \frac{-400\ km}{5\ h} = -80 \frac{km}{h}$$

iii) Planteo de las ecuaciones horarias.

$$x_c = 50 \frac{km}{h}\ (t_c - 8\ hs)$$

$$x_e = 400\ km - 80 \frac{km}{h}\ (t_e - 10\ hs)$$

Cuando se cruzan, los relojes de ambos maquinistas deberán indicar la misma hora y ambos trenes estarán en el mismo lugar (a igual distancia de Buenos Aires). En ese momento será $t_c = t_e = t_\varepsilon$ y en ese lugar también tendremos $x_c = x_e = x_\varepsilon$, quedando luego de reemplazar:

$$x_\varepsilon = 50 \frac{km}{h} . (t_\varepsilon - 8\ hs)$$

$$x_\varepsilon = 400\ km - 80 \frac{km}{h} . (t_\varepsilon - 10\ hs)$$

e igualando los segundos miembros, queda:

$$50 \frac{km}{h} . (t_\varepsilon - 8\ hs) = 400\ km - 80 \frac{km}{h} . (t_\varepsilon - 10\ hs)$$

distribuyendo y agrupando, se obtiene:

$$50 \frac{km}{h} . t_\varepsilon - 400\ km = 400\ km - 80 \frac{km}{h} . t_\varepsilon + 800\ km$$

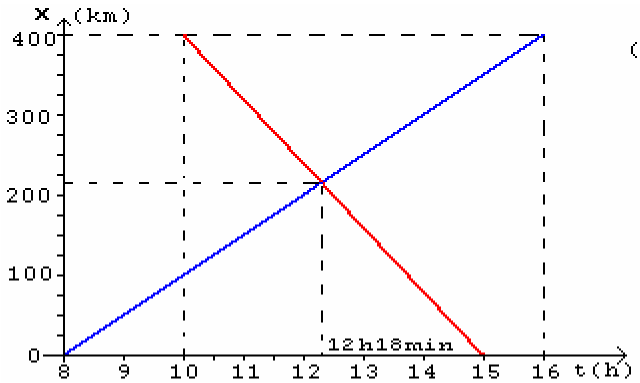
$$(50 \frac{km}{h} + 80 \frac{km}{h}) . t_\varepsilon = 400\ km + 400\ km + 800\ km = 1600\ km$$

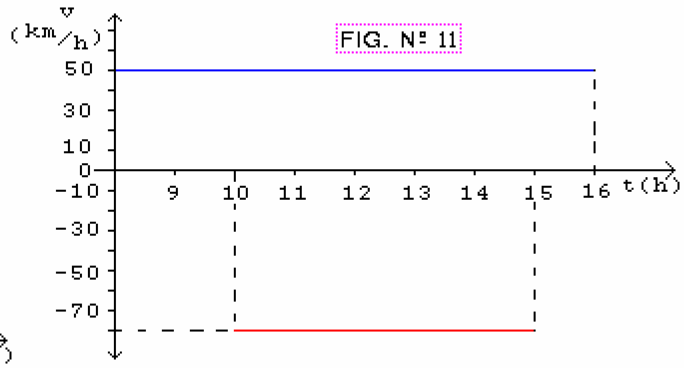
$$130 \frac{km}{h} . t_\varepsilon = 1600\ km \Rightarrow t_\varepsilon = \frac{1600\ km}{130 \frac{km}{h}} \cong 12hs\ 18min\ 28seg$$

Reemplazando este tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones horarias, obtendremos la posición del encuentro:

$$x_\varepsilon = 50 \frac{km}{h} . (12hs\ 18min\ 28seg - 8hs) \cong 215,4\ km$$

Veamos las gráficas para una mejor comprensión del problema:

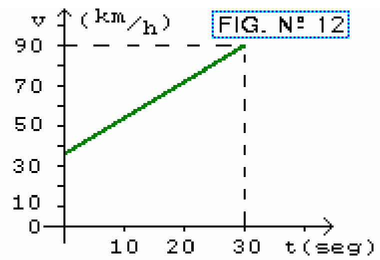




3-2.4)Movimientos rectilíneos variados (M.R.V.):

Se denominan variados a aquellos movimientos en los que la velocidad cambia. Supongamos que un auto que viaja en cierto instante a 36$\frac{km}{h}$ (equivalente a 10$\frac{m}{seg}$) decida aumentar su velocidad hasta 90$\frac{km}{h}$ (25$\frac{m}{seg}$), y que para lograrlo tarde 30 seg, decimos que dicho móvil ha acelerado.

Veamos esto gráficamente:



3-2.4.a)DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN MEDIA (a_m):

Es el cociente entre la variación de velocidad sufrida por el móvil y el lapso en el cual se produjo.

$$a_m = \frac{\Delta v_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Para los datos del gráfico anterior, la aceleración media será:

$$a_m = \frac{25\frac{m}{seg} - 10\frac{m}{seg}}{30\,seg} = \frac{15\frac{m}{seg}}{30\,seg} = 0,5\frac{m}{seg^2}$$

La unidad de aceleración $\frac{m}{seg^2}$ significa que el móvil del ejemplo ha sufrido una variación de velocidad de 0,5$\frac{m}{seg}$ en cada seg que transcurrió en el lapso comprendido dentro de los 30 seg que duró la aceleración (en términos medios ya que es una aceleración media).

3-2.5)Movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.):

3-2.5.a)Características del movimiento.

a) La aceleración de un móvil animado con M.R.U.V. es constante.

b) Su velocidad instantánea, es una función lineal del tiempo.

c) La posición que ocupa dicho móvil sobre la recta donde se mueve, es una función cuadrática del tiempo.

Estas tres características son interdependientes, y cuando se verifica una, también se verifican las otras y viceversa.

3-2.5.b)CALCULO DE LA ACELERACIÓN EN EL M.R.U.V.

Al ser constante, la aceleración se puede determinar entre dos puntos cualesquiera del movimiento. Así:

$$a = \frac{\Delta v_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

3-2.5.c)ECUACIÓN DE LA VELOCIDAD EN EL M.R.U.V.

Esta ecuación es la que nos da la velocidad en función del tiempo de un móvil que se mueve con M.R.U.V. Es la función lineal de la que se hace referencia en las características del movimiento. Se deduce a partir de la fórmula que nos permite calcular la aceleración, con tal de despejar v_2 de dicha fórmula, quedando "v" como variable dependiente en función de "t" (variable independiente). Es un simple ejercicio algebraico. Hagámoslo:

i) Pasamos multiplicando $(t_2 - t_1)$

$v_2 - v_1 = a.(t_2 - t_1)$

ii) Pasamos sumando a v_1

$v_2 = v_1 + a\ .(t_2 - t_1)$

iii) Finalmente para que adquiera la forma de una función del tiempo, y no quede particularizada en dos instantes cualesquiera, se expresa así:

$$\boxed{v_{(t)} = v_o + a\,(t - t_o)}$$

Lo cual se lee: "La velocidad (v) que lleva un móvil que se desplaza con M.R.U.V. es igual a la velocidad que llevaba en el instante inicial t_o (velocidad v_o) más la aceleración ("a") multiplicada por el lapso transcurrido entre t y t_o o sea $(t - t_o)$".

El último término de esta ecuación es la variación de la velocidad durante ese lapso.

Esta se reduce a: $v_{(t)} = v_o + a\ .\ t$ (para el caso en que t_o sea cero). Y se reduce aún más a: $v_{(t)} = a\ .\ t$,si es cero la velocidad inicial ($v_o = 0$).

La gráfica de la velocidad en función del tiempo es la de una función lineal, como la usada al ejemplificar el cálculo de la aceleración media.

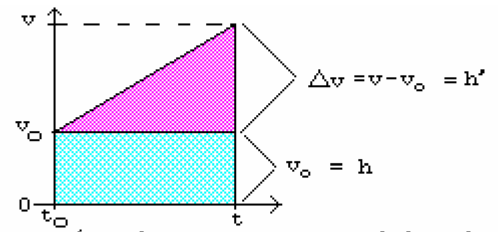
3-2.5.d)ECUACIÓN HORARIA EN EL M.R.U.V.

Esta ecuación es la que nos da la posición ocupada por el móvil en función del tiempo.

Es la función cuadrática que refieren las características del movimiento. Se llama horaria porque permite describir al movimiento según un horario.

La vamos a deducir a partir del cálculo del área bajo la gráfica de la velocidad. (Ver fig.N°13).

FIG. Nº 13



El área del rectángulo representa el desplazamiento realizado con la v_o.

El área del triángulo representa el desplazamiento adicional debido a la aceleración.

El desplazamiento total será la suma de ambas áreas.

Δx = ÁREA RECTÁNGULO + ÁREA TRIÁNGULO

Δx = Base.altura + ½ Base.(altura)'

$$\Delta x = B.h + \tfrac{1}{2}\, B.h' = (t-t_o).v_o + \tfrac{1}{2}(t-t_o).(v-v_o)$$

Pero la diferencia de velocidades $(v-v_o)$ la podemos expresar en función de la aceleración, siendo: $v-v_o = a.(t-t_o)$

Reemplazando queda:

$$\Delta x = (t-t_o).v_o + \tfrac{1}{2}(t-t_o).a.(t-t_o) = v_o.(t-t_o) + \tfrac{1}{2}\, a.(t-t_o)^2$$

Como todo desplazamiento, realizado en un cierto lapso $(t-t_o)$, a Δx también es posible desarrollarlo como $\Delta x = (x-x_o)$, y reemplazándolo en la última ecuación:

$$\Delta x = x_{(t)} - x_o = v_o.(t-t_o) + \tfrac{1}{2}\, a.(t-t_o)^2 = v_o.(t-t_o) + \tfrac{1}{2}\, a.(t-t_o)^2$$

Pasamos x_o sumando al segundo miembro con lo que dejamos en el primero, a la variable dependiente $x_{(t)}$ en función del tiempo:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v_o.(t-t_o) + \tfrac{1}{2}.a.(t-t_o)^2}$$

Esta expresión recibe el nombre de **ECUACIÓN HORARIA DEL M.R.U.V.** siendo la más importante ecuación de este movimiento.

Cuando t_o es nulo $(t_o = 0)$, esta ecuación se reduce a:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v_o.t + \tfrac{1}{2}.a.t^2}$$

y se reduce aún más a: $x_{(t)} = \tfrac{1}{2}.a.t^2$

si son nulas la posición inicial $(x_o = 0)$ y la velocidad inicial $(v_o = 0)$.

*EJEMPLO DE M.R.U.V. CON SUS GRÁFICOS:

Un auto parte del reposo y acelera uniformemente durante 12 seg con una aceleración de $2\frac{m}{seg^2}$. Calcular la velocidad final alcanzada, la distancia recorrida y graficar la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo. (Ver figs.N°14-a y N°14-b)

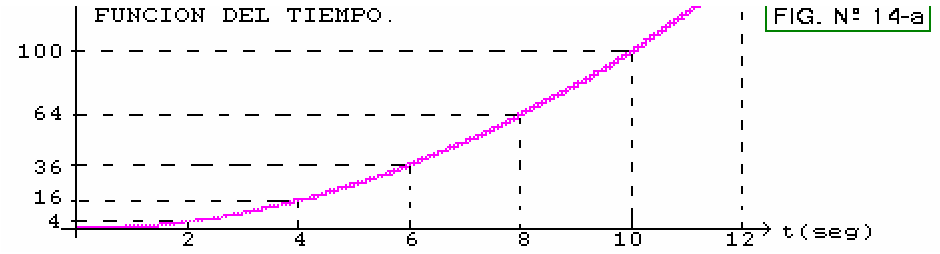
i) Cálculo de la velocidad final. Aplicando la expresión: $v_{(t)} = a.t$ debido a que no hay velocidad inicial (parte del reposo), tendremos:

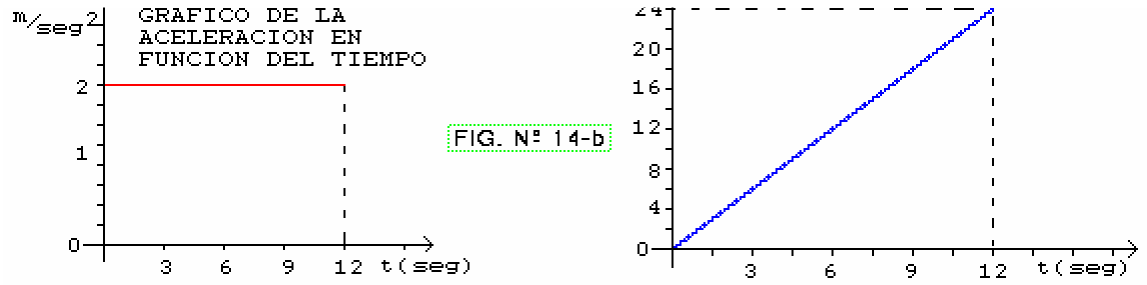
$$v_{(t=12seg)} = 2\frac{m}{seg^2}.12\ seg = 24\frac{m}{seg}$$

ii) Cálculo de la distancia recorrida. Aplicando la expresión:

$x_{(t=12seg)} = \frac{1}{2}\ a.t^2 = \frac{1}{2}\ 2\frac{m}{seg^2}.(12\ seg)^2 = \frac{1}{2}\ 2\frac{m}{seg^2}.144\ seg^2 = 144\ m$

REPRESENTACIONES GRÁFICAS:





*EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN HORARIA:

Dada la siguiente ecuación horaria

$x_{(t)} = 10\ m + 20\frac{m}{seg}.t - 2\frac{m}{seg^2}.t^2$

a) Identificar en la misma, la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración.

b) Expresar la función que da la velocidad instantánea.

c) Representar gráficamente la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo y dar las características particulares de este caso. (Ver figs.N°15-a y N°15-b)

DESARROLLO DE a)

*La posición inicial es el término independiente de la función:

$$\therefore\ x_o = 10\ m.$$

*La velocidad inicial es el coeficiente del término lineal en la ecuación horaria: $\therefore\ v_o = 20\frac{m}{seg}$

*La aceleración es el doble del coeficiente del término cuadrático en la ecuación: $\therefore\ a = -4\frac{m}{seg^2}$ ya que ($\frac{1}{2}$.a) es dicho coeficiente.

DESARROLLO DE b)

Una vez conocida la velocidad inicial y la aceleración, reemplazamos sus valores en la función: $v_{(t)} = v_o + a.t$

$$v_{(t)} = 20\frac{m}{seg} - 4\frac{m}{seg^2}.t$$

CARACTERÍSTICAS PARTICULARES:

Se trata de un móvil que tiene una velocidad inicial y que por tener una aceleración opuesta a la velocidad, el movimiento resulta retardado, entre t = 0 seg y t = 5 seg (El módulo de la velocidad decrece).

En t = 5 seg, la velocidad es nula y como la aceleración se mantiene, se invierte el sentido del movimiento, tornándose acelerado (aunque ahora con velocidad negativa), porque aumenta el módulo de la velocidad.

c) REPRESENTACIONES GRÁFICAS:

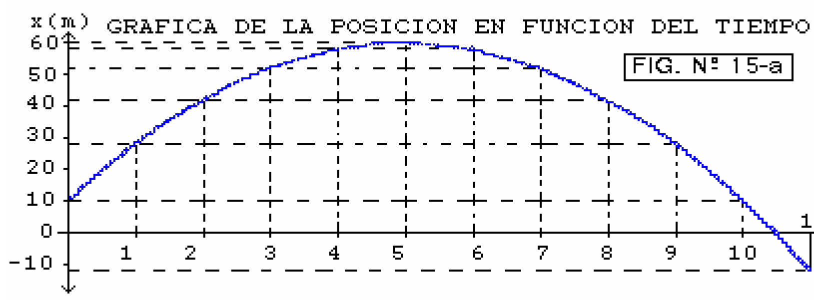
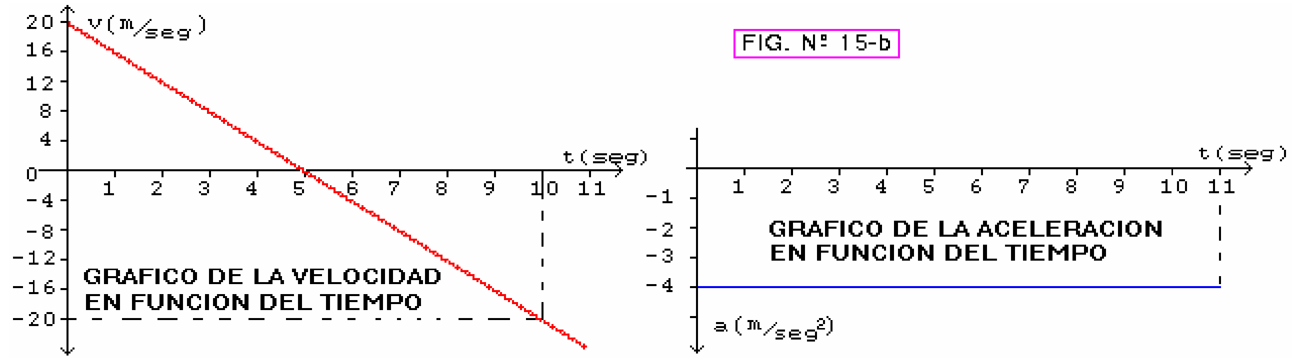


TABLA DE VALORES

t (seg)	x (m)
0	10
1	28
2	42
3	52
4	58
5	60
6	58
7	52
8	42
9	28
10	10
11	-12



3-2.5.e)ECUACIÓN DE LA POSICIÓN EN FUNCIÓN DE LA VELOCIDAD.

En ciertas ocasiones, los problemas que se plantean, no incluyen entre los datos, al tiempo.

Es por eso que resulta cómodo contar con la ecuación de movimiento en función de la velocidad.

Esta ecuación, se deduce fácilmente, a partir de la ecuación horaria $[x_{(t)}]$ y la ecuación de la velocidad $[v_{(t)}]$.

Veamos como se procede: planteamos ambas funciones del tiempo

$$x_{(t)} = x_o + v_o \,.(t-t_o) + \tfrac{1}{2}\, a.(t-t_o)^2 \qquad \{1\}$$

$$v_{(t)} = v_o + a.(t-t_o) \qquad \{2\}$$

De la ecuación {2} despejamos el tiempo y lo sustituimos en la ecuación {1}, con lo cual la función que nos quede será función de la velocidad, quien a su vez es función del tiempo.

$$(t - t_o) = \frac{\left[v_{(t)} - v_o\right]}{a}$$

$$x_{(v)} = x_o + \frac{v_o.\left[v_{(t)} - v_o\right]}{a} + \frac{\tfrac{1}{2}\,.\,a.\left[v_{(t)} - v_o\right]^2}{a^2}$$

Simplificando y efectuando denominador común "2.a"

$$x_{(v)} = x_o + \frac{v_o . \left[v_{(t)} - v_o\right]}{a} + \frac{\left[v_{(t)} - v_o\right]^2}{2 . a}$$

$$x_{(v)} = x_o + \frac{2 . v_o . \left[v_{(t)} - v_o\right] + \left[v_{(t)} - v_o\right]^2}{2 . a}$$

Operando, luego de sacar factor común $[v_{(t)} - v_o]$ queda:

$$\boxed{x_{(v)} = x_o + \frac{v_{(t)}^2 - v_o^2}{2 . a}}$$

*EJEMPLO DONDE SE APLICA ESTA ECUACIÓN:

Un auto pasa por la posición $x_o = 150$ m, con una velocidad de $10 \frac{m}{seg}$ y al llegar a la posición x = 450 m, logra tener una velocidad de $25 \frac{m}{seg}$. Calcular la aceleración con que se desplazó y el tiempo que empleó.

a) Cálculo de la aceleración. A partir de:

$$x_{(v)} = x_o + \frac{v_{(t)}^2 - v_o^2}{2 . a}$$

despejamos la aceleración:

$$a = \frac{v_{(t)}^2 - v_o^2}{2 . (x_{(v)} - x_o)}$$

$$a = \frac{(25 \, m/seg)^2 - (10 \, m/seg)^2}{2 . (450 \, m - 150 \, m)}$$

$$a = \frac{625 \, (m/seg)^2 - 100 \, (m/seg)^2}{2 . (300 \, m)} = \frac{525 \, m^2/seg^2}{600 \, m} = 0{,}875 \, m/seg^2$$

b) Cálculo del tiempo: A partir de $v_{(t)} = v_o + a.(t - t_o)$, como lo que se pide es el tiempo transcurrido entre ambas posiciones, despejamos el lapso $(t - t_o)$ de esta ecuación:

$$t - t_o = \frac{v_{(t)} - v_o}{a} = \frac{\left[25 \, m/seg - 10 \, m/seg\right]}{0{,}875 \, m/seg^2} \cong 17{,}14 \, seg.$$

*PROBLEMA COMBINANDO M.R.U.- M.R.U.V.

Un móvil parte del reposo y acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de $30 \frac{m}{seg}$, mientras recorre 300 m. Luego conserva la velocidad que logró, durante 25 seg y finalmente aplica los frenos para detenerse, tardando 8 seg desde que comenzó la frenada hasta que se detuvo. Efectuar:

a) El cálculo de la distancia total recorrida y el tiempo que duró el viaje.

b) La representación gráfica de la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

a) Se puede advertir que el viaje completo puede dividirse en tres etapas (I, II y III):

Etapa I: Cálculo de la aceleración y el tiempo.

Aplicamos la ecuación del M.R.U.V. en función de la velocidad.

$$x_{(v)} = \frac{\left(30 \, {}^{m}\!/\!_{seg}\right)^2}{2.\,a} = 300\,m$$ ... y despejamos la aceleración ∴

$$a = \frac{\left(30 \, {}^{m}\!/\!_{seg}\right)^2}{2.300\,m} = \frac{900 \, {}^{m^2}\!/\!_{seg^2}}{600\,m} = 1{,}5 \, {}^{m}\!/\!_{seg^2}$$

Ahora con la ecuación de la velocidad instantánea, calculamos el tiempo: $v_{(t)} = v_o + a.t$

$30 \frac{m}{seg} = 1{,}5 \frac{m}{seg^2} .t \Rightarrow t = 20$ seg (este es el tiempo de la etapa I).

Etapa II: Cálculo de la distancia recorrida. Se aplica la ecuación horaria del M.R.U.: $x_{(t)} = x_o + v.t$

$x_{(t=45seg)} = 300\ m + 30 \frac{m}{seg} .25\ seg = 300\ m + 750\ m = 1050\ m$

donde los 300 m corresponden a lo recorrido en la etapa I y los 750 m a la etapa II, siendo 1050 m el total acumulado en ambas etapas.

Etapa III: Cálculo de la distancia de frenado. Aplicando la ecuación de la velocidad determinamos previamente el valor de la aceleración en la frenada: $v_{(t)} = v_o + a.t = 0$ (porque se detiene):

$$a = \frac{-v_o}{t} = \frac{-30 \, {}^{m}\!/\!_{seg}}{8\,seg} = -3{,}75 \, {}^{m}\!/\!_{seg^2}$$

Luego aplicamos la ecuación horaria del M.R.U.V.

$$x_{(t)} = x_o + v_o .t + \tfrac{1}{2}\, a.t^2$$

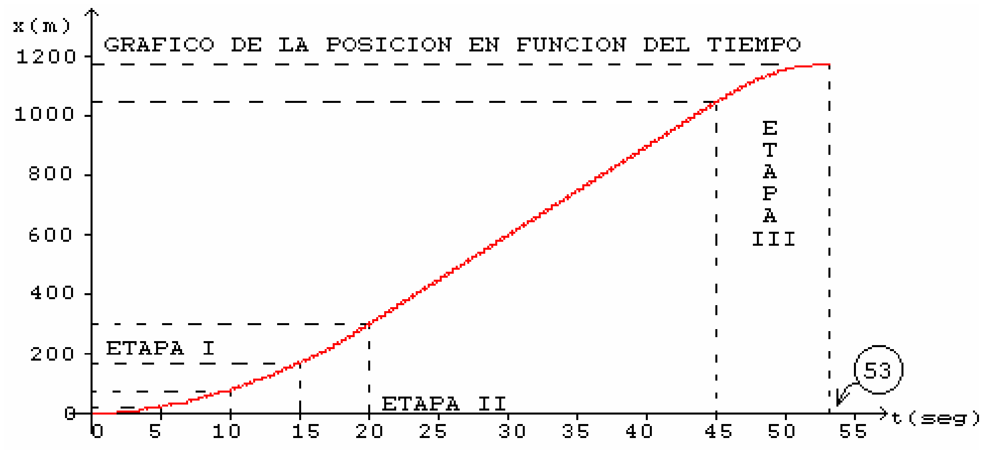
m m 2

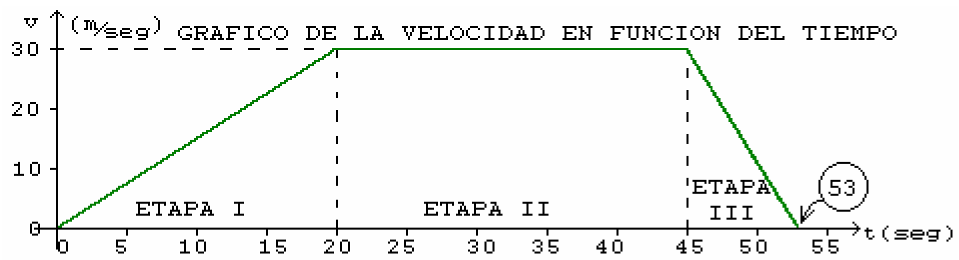
$$x_{(t=53seg)} = 1050\ m + 30\ _{seg} .8\ seg + \tfrac{1}{2}\ (-3{,}75\ _{seg^2}).(8\ seg)$$

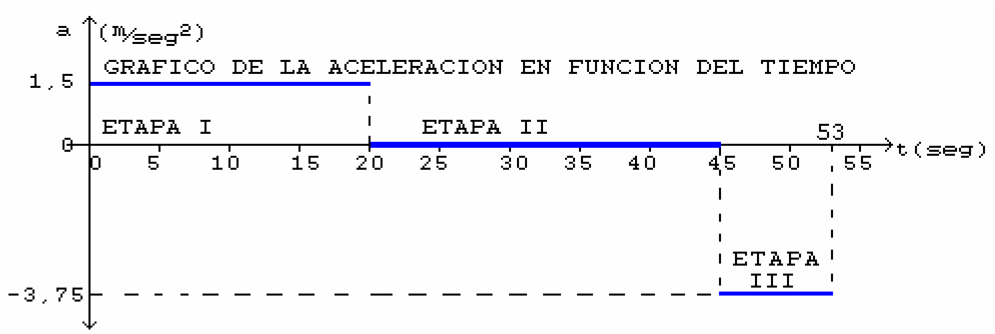
$$x_{(t=53seg)} = 1050\ m + 240\ m - 120\ m = 1050\ m + 120\ m = 1170\ m.$$

Siendo 1050 m, lo recorrido en las dos etapas anteriores y 120 m el recorrido de la etapa de frenado, lo que hace un total para el viaje completo de 1170 m, con un tiempo de 53 seg para las tres etapas.

b) REPRESENTACIONES GRÁFICAS:







En este último gráfico, puede observarse la aceleración positiva en la primera etapa, la aceleración nula en la etapa II y aceleración negativa en el frenado (etapa III).

3-2.6) Movimientos verticales (Tiro vertical y caída libre):

Es el estudio del movimiento de objetos en dirección vertical en, proximidad de la Tierra (o de cualquier otro planeta o satélite), bajo la sola influencia de la gravedad del lugar.

Para estos movimientos es posible emplear el modelo del rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.), admitiendo que la aceleración de la gravedad del lugar permanece constante (o al menos su variación resulta despreciable dentro de ciertos márgenes), bajo los siguientes requisitos:

1°)Despreciar la influencia amortiguadora del aire atmosférico (esto se consigue cuando la velocidad de los objetos no es elevada y su geometría no presenta una resistencia aerodinámica importante).

2°)Cuando los casos estudiados sufren desplazamientos pequeños en relación con el radio terrestre (despreciar el cambio de la gravedad con la altura).

3°)No tener en cuenta la rotación de la Tierra.

*ACELERACION GRAVITATORIA TERRESTRE.

En proximidad de la Tierra, los objetos se aceleran "hacia abajo" con una aceleración cuyo módulo es $9,8\frac{m}{seg^2}$, debida a la interacción de esos objetos con nuestro planeta. Se la llama "aceleración gravitatoria terrestre" y se simboliza con la letra "g".

*ECUACIONES DE LOS MOVIMIENTOS VERTICALES.

Al utilizar el modelo del M.R.U.V., aplicamos las mismas ecuaciones deducidas para dichos casos, sólo que modificamos la nomenclatura porque el movimiento se verifica en una dirección vertical.

Las ecuaciones vistas para el M.R.U.V. son:

$x_{(t)} = x_o + v_o .t + ½\, a.t^2$

$v_{(t)} = v_o + a .t$

Que se transforman en:

$y_{(t)} = y_o + v_o .t + ½\, g.t^2$

$v_{(t)} = v_o + g .t$

donde se ha cambiado la "x" por la "y" por tratarse de un eje vertical y la aceleración "a" por la "g" de la gravedad.

*CONVENCION DE SIGNOS (ELECCIÓN DEL SISTEMA DE REFERENCIA).

Para ser coherentes con los sistemas de referencia, adoptamos la posición "cero" en el suelo y el sentido positivo hacia arriba, la aceleración de la gravedad será considerada negativa ($-9,8\frac{m}{seg^2}$), ya que como dijimos todo cuerpo se acelera hacia abajo, cualquiera sea su velocidad inicial (o sea si está subiendo va a disminuir su velocidad y si está cayendo, aumentará su módulo).

*EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE MOVIMIENTOS VERTICALES.

1)Se deja caer un cuerpo desde una altura de 4,9 m. Plantear las ecuaciones de movimiento y calcular el tiempo que emplea en llegar al suelo y con que velocidad llega. Efectuar los gráficos $y_{(t)}$, $v_{(t)}$.

a)Planteo:

$y_{(t)} = y_o + v_o .t + ½ .g.t^2$

$v_{(t)} = v_o + g .t$

En este caso hay un "dato oculto", al decir "se deja caer" significa que es nula la velocidad inicial ($v_o = 0$).

Como queremos calcular el tiempo de llegada al suelo, será $y_{(t)} = 0$ (altura del suelo), luego:

$$0 = 4{,}9\ m + \cancel{1}/_{2}.(-9{,}8\frac{m}{seg^2}).t^2$$

$$v_{(t)} = (-9{,}8\frac{m}{seg^2}).t$$

b) Cálculo del tiempo: lo despejamos de la primer ecuación.

$$0 = 4{,}9\ m - 4{,}9\frac{m}{seg_2}.t^2$$

$$4{,}9\frac{m}{seg^2}.t^2 = 4{,}9\ m \Rightarrow t^2 = 1\ seg^2 \Rightarrow t = 1\ seg$$

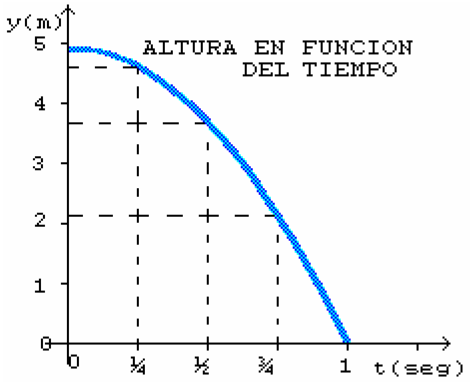
Desde 4,9 m de altura un objeto tarda 1 seg en llegar al suelo.

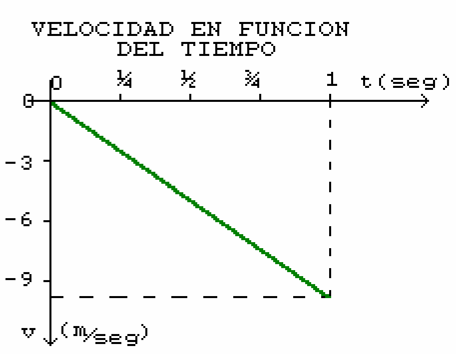
Reemplazando este tiempo en la ecuación de la velocidad, obtenemos:

$$v_{(t)} = (-9{,}8\frac{m}{seg^2}).1\ seg = -9{,}8\frac{m}{seg}$$

En este resultado podemos efectuar una doble lectura. Por un lado nos dice que en el instante que llega al suelo la velocidad vale $9{,}8\frac{m}{seg}$ y el signo negativo, significa que el objeto está cayendo.

GRÁFICOS REPRESENTATIVOS:





---

2)Se lanza verticalmente hacia arriba, un objeto, con una velocidad inicial de $14 \frac{m}{seg}$, desde una terraza ubicada a 7 m de altura sobre la calle. a)Plantear las ecuaciones de movimiento. b)Calcular la máxima altura que alcanzará dicho cuerpo, el tiempo en alcanzarla y al cabo de que lapso llegará a la calle. c)Efectuar los gráficos correspondientes $y_{(t)}$, $v_{(t)}$.

a)Planteo:

$$y_{(t)} = y_o + v_o.t + \tfrac{1}{2}.g.t^2$$

$$v_{(t)} = v_o + g.t$$

Hacemos los reemplazos correspondientes:

$$y_{(t)} = 7\ m + 14 \frac{m}{seg}.t + \tfrac{1}{2}.(-9,8 \frac{m}{seg^2}).\ t^2$$

La condición de altura máxima es que la velocidad en ese instante es cero [$v_{(t)} = 0$]:

$$v_{(t)} = 14 \frac{m}{seg} + (-9,8 \frac{m}{seg^2}).t = 0$$

b)Cálculo del tiempo: lo despejamos de la ecuación de la velocidad:

$$t_{subir} = \frac{14 \frac{m}{seg}}{9,8 \frac{m}{seg^2}} = 1,43\ seg$$

Este es el tiempo en alcanzar la máxima altura y reemplazándolo en la ecuación horaria, obtenemos dicha altura:

$$y_{(t)máx} = 7\ m + 14 \frac{m}{seg}.(1,43\ seg) + \tfrac{1}{2}(-9,8 \frac{m}{seg^2}).(1,43\ seg)^2$$

$$y_{(t)máx} = 7\ m + 20\ m + \tfrac{1}{2}(-9,8 \frac{m}{seg^2}).2,04\ seg^2$$

$$y_{(t)máx} = 7\ m + 20\ m - 10\ m = 7\ m + 10\ m = 17\ m$$

Ahora calculamos el tiempo en caer desde 17 m de altura, sin velocidad inicial.

$$0 = 17\ m + \tfrac{1}{2}(-9,8 \frac{m}{seg^2}).\ t^2$$

$t_{caída} = 1,86$ seg

Sumando este tiempo al obtenido en alcanzar la altura máxima, nos da el tiempo total desde que fue lanzado hasta que llegó a la calle:

$t_{total} \cong t_{subir} + t_{caída} \cong 1,43\ seg + 1,86\ seg \cong 3,29\ seg \cong 3,3\ seg.$

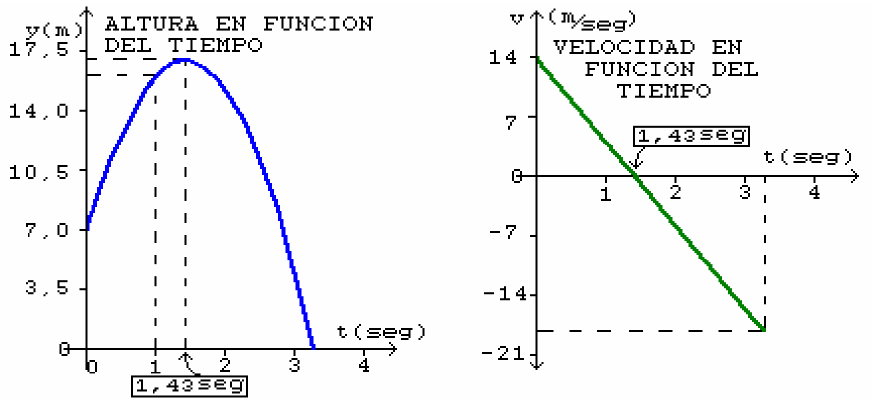
cuya solución, que no desarrollamos, arroja los dos resultados siguientes:

$$t_1 = -0{,}43 \text{ seg} \quad y \quad t_2 = 3{,}29 \text{ seg.}$$

El primero de estos tiempos, carece de sentido físico, al corresponder a un instante anterior al lanzamiento del objeto. El segundo es la solución buscada, la cual ya habíamos calculado.

En un primer momento no empleamos este método, ya que supera el nivel de matemática del 2° año de las escuelas técnicas.

c) REPRESENTACIONES GRÁFICAS

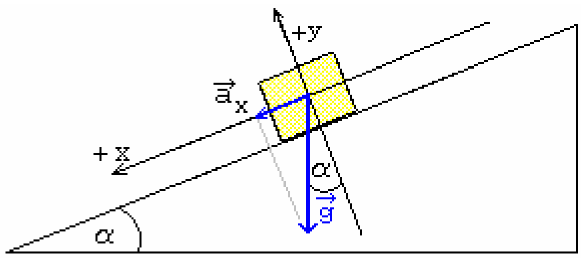


3-2.7) Aceleración en un plano inclinado:

Como hemos visto en estática, la proyección de fuerzas en el plano inclinado, es también aplicable a la descomposición del vector aceleración de la gravedad.

De esta manera, la aceleración de un cuerpo sobre un plano inclinado ideal (sin fricción), es igual a la aceleración de la gravedad multiplicada por el seno del ángulo de inclinación del plano:

$$\boxed{a_x = g.\text{sen } \alpha}$$



Lo más parecido en la práctica a esta situación es la de un pequeño autito de juguete que tenga ruedas plásticas pequeñas deslizando por un tobogán. Los demás casos difieren sensiblemente de esto, en la medida en que resulta muy difícil hacer despreciable la fricción con el plano (objetos que deslizan) y minimizar la inercia de las rotaciones cuando el movimiento es de objetos que pueden rodar sin deslizar.

UNIDAD 4

4)DINAMICA

La dinámica es la rama de la física que se ocupa del estudio de las causas que provocan el movimiento de los cuerpos.

Mientras la cinemática describe a los movimientos, sin considerar al cuerpo ni las causas, es decir estudia “el cómo se mueven”, la dinámica estudia “el porqué se mueven”, considerando al cuerpo y las causas.

4-1)DINAMICA DEL CUERPO PUNTUAL.

Estudiamos aquí, la dinámica de cuerpos de dimensiones despreciables (cuerpos puntuales). Se sustenta en tres principios básicos, conocidos como principios de la dinámica o leyes de Newton: 1)Principio de inercia o 1ª ley de Newton; 2)Principio de masa o 2ª ley de Newton; 3)Principio de interacción o 3ª ley de Newton y que desarrollamos a continuación:

4-1.1)PRINCIPIO DE INERCIA:

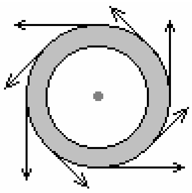
$\boxed{\text{Todo cuerpo libre de la acción de fuerzas, conserva su vector velocidad}}$

Cuando se dice “conserva su vector velocidad” significa que debe mantener intactos a todos los elementos del vector velocidad, es decir, su módulo, su dirección y su sentido (sus atributos vectoriales).

En el medio que nos rodea es imposible encontrar cuerpos que se hallen “libres de la acción de fuerzas”, porque ello implica que dicho cuerpo se halle en el espacio interestelar, muy alejado de la influencia de todo cuerpo, planeta, satélite o estrella.

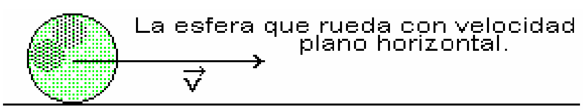
En la práctica, la simulación más aproximada a esta situación es tener un cuerpo sometido a la acción de fuerzas todas equilibradas entre sí. En estas condiciones también se observa que dicho cuerpo conserva su vector velocidad, pero más que por este principio, justificamos tal comportamiento a través del principio de masa, que se desarrolla más adelante.

En la fig. N°1-a vemos un caso que nos resulta familiar por su observación cotidiana.



Como las gotitas de agua que se desprenden del secarropas conservando la velocidad que llevaban hasta el instante de desprenderse (dirección tangente a la circunferencia) (fig. N°1-a)

La acción que soportan las gotitas, es la de su propio peso, pero el tiempo que transcurre desde que se desprenden hasta que chocan con la carcaza del secarropas es tan pequeño, que es despreciable su acción, por lo que podemos decir que las gotitas se comportan como si estuviesen libres de la acción de fuerzas, conservando su velocidad en ese corto trayecto.



La esfera que rueda con velocidad constante por un plano horizontal. (fig. N° 1-b)

La esfera de la fig. 1-b está en equilibrio, (su peso se equilibra con la reacción normal del piso), moviéndose sometida a un sistema de fuerzas en equilibrio, conservando su velocidad. (Se desprecia el rozamiento con el aire y la acción de toda otra fuerza).

4-1.2)PRINCIPIO DE MASA:

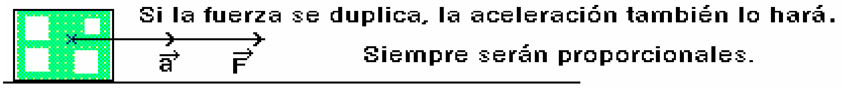
La fuerza resultante ejercida sobre un cuerpo, le imprime a éste una aceleración, cuya dirección y sentido es la misma que la de dicha fuerza y cuyo módulo es directamente proporcional a esa resultante. La constante de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración es una propiedad del cuerpo llamada *masa inercial del cuerpo*

4-1.2.a)EXPRESIÓN MATEMÁTICA DEL PRINCIPIO DE MASA:

Al decir que la fuerza F y la aceleración a son directamente proporcionales entre sí, podemos expresar matemáticamente este concepto, así:

$$\boxed{F = m.\vec{a}}$$

Donde la masa m oficia de constante de proporcionalidad.



4-1.2.b)CONCEPTO DE MASA: La masa es una medida de la "inercia" o sea la resistencia o dificultad que ofrece un cuerpo a cambiar de velocidad. Para tener una idea más aproximada de este concepto, comparamos lo que le ocurre a diversos cuerpos cuando pretendemos modificarles la velocidad. Si colocamos en una misma línea a una pelotita de ping-pong, una pelota de tenis, una pelota de fútbol y una bocha y pretendemos que todos esos cuerpos arranquen desde el reposo con la misma aceleración, bastará con soplar a la pelotita de ping-pong, golpear con un dedo a la pelota de tenis, patear a la pelota de fútbol y fracturarse el pié al intentarlo con la bocha. Así es como advertimos cual de esos cuerpos tiene más masa. Si viene hacia mí una pelota, la atajo, en cambio si lo que viene es un tren, **obviamente no!**

No debe confundirse a la masa con otras magnitudes (como el peso, el volumen, o la cantidad de materia). La masa es proporcional a ellas pero es un concepto distinto.

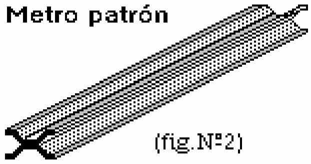
Es como confundir a un objeto con su precio de venta. Si compro 6 vasos, pago 6 veces más que si compro uno solo y también me llevo 6 veces más peso, 6 veces más volumen, 6 veces más cantidad de materia y por supuesto 6 veces más masa de vidrio.

4-1.2.c)SISTEMAS DE UNIDADES :

Veremos seguidamente, las unidades en que se expresan las nuevas magnitudes que aparecen en este módulo.

Las llamadas de base o fundamentales, son las que se definen y que nos sirven de fundamento para construir las que de ellas se derivan y que surgen por la combinación de dos o más unidades fundamentales.

LONGITUD: Antiguamente se definió al metro como la diez millonésima ava parte de la longitud de un cuarto de meridiano terrestre y con ese valor se construyó el metro patrón en una aleación de Platino-Iridio, dos metales nobles inalterables por la corrosión. (Ver fig.N°2).



(fig.N°2)

En la actualidad (desde el 14 de octubre de 1960) se emplea un patrón de comparación que resulta mucho más preciso. Se define al metro como el múltiplo 1.650.764 de la longitud de onda emitida por la radiación anaranjada del kriptón 86. Últimamente, se considera 1m a la distancia que recorre la luz en un tiempo de $3{,}336.10^{-9}$ seg.

En cuanto al kilogramo-masa, este equivale en la práctica a la masa de 1 dm^3 de agua pura a 4°C de temperatura.

A los efectos de conservar un patrón de esta medida, también se lo ha construido en platino-iridio con forma de cilindro (kilogramo-patrón) y al igual que el metro-patrón, conservado en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas.

La unidad de tiempo 1 seg, es la 86400 ava parte del día solar medio.

Lo que sigue son los cuadros que resumen las unidades fundamentales y las derivadas:

SISTEMAS DE UNIDADES FUNDAMENTALES O DE BASE

MAGNITUD \ SISTEMA	C.G.S	M.K.S.	TECNICO
LONGITUD	centímetro (cm) ⌘	metro (m) ⌘	metro (m) ⌘
M A S A	gramo masa (g) ⌘	kilogramo masa (kg) ⌘	U.T.M. = $kgf.seg^2/m$
TIEMPO	segundos (seg) ⌘	segundos (seg) ⌘	segundos (seg) ⌘

Las unidades que tienen el símbolo ⌘ son fundamentales.

U.T.M. significa Unidad Técnica de Masa y es una unidad derivada.

C.G.S. y M.K.S. son las iniciales de las tres unidades fundamentales que le dan origen a cada sistema respectivamente.

SISTEMAS DE UNIDADES DERIVADAS

MAGNITUD \ SISTEMA	C.G.S	M.K.S.	TECNICO
VELOCIDAD	cm/seg	m/seg	m/seg
ACELERACION	cm/seg^2	m/seg^2	m/seg^2
FUERZA	Dina = $g.cm/seg^2$	Newton = $kg.m/seg^2$	Kilogramo fuerza (kgf) ⌘

Una dina (1 dyn) es la fuerza que, aplicada a un cuerpo cuya masa es 1 g, le produce una aceleración de 1 $\frac{cm}{seg^2}$.

Un Newton (1 N) es la fuerza que, aplicada a un cuerpo cuya masa es 1 kg, le produce una aceleración de 1 $\frac{m}{seg^2}$.

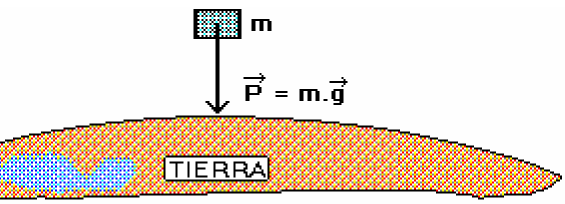
En cuanto al kilogramo fuerza (1 kgf), este es una unidad fundamental y se lo define, como la fuerza con que la Tierra interactúa con el kilogramo patrón (1 kg masa) al nivel del mar y a 45° de latitud.(ver item 4-1.2.d y 4-1.3).

4-1.2.d)RELACIÓN ENTRE PESO Y MASA:

El peso es la fuerza que se manifiesta cuando un cuerpo interactúa con la Tierra. El resultado de la interacción es un par de fuerzas, una de las cuales actúa sobre el cuerpo y que llamamos "Peso". La otra actúa en el centro de la Tierra (Ver 4-1.3 Principio de interacción).

Aplicando el principio de masa a esta interacción, tendremos:

F = m.a que se convierte en **P = m.g** debido a que La Tierra provoca en todo cuerpo una aceleración de dirección vertical, dirigida hacia abajo que denominamos " **g** ", que hemos utilizado en cinemática (movimientos verticales) y cuyo valor es en módulo 9,8 $\frac{m}{seg^2}$.



(fig.N°3)

4-1.2.e)EQUIVALENCIA ENTRE UNIDADES:

Como habíamos dicho, una fuerza de 1 kgf, es la fuerza con que la Tierra interactúa con un cuerpo cuya masa es 1 kg.

Entonces tendremos:

a)Equivalencia kgf-Newton: 1 kgf = 1 kg.9,8 $\frac{m}{seg^2}$ = 9,8 Newton = 9,8 N.

b)Equivalencia Newton-dina: 1 N = 1 kg.$\frac{m}{seg^2}$ = 1000g.100 $\frac{cm}{seg^2}$ = 100.000 g.$\frac{cm}{seg^2}$

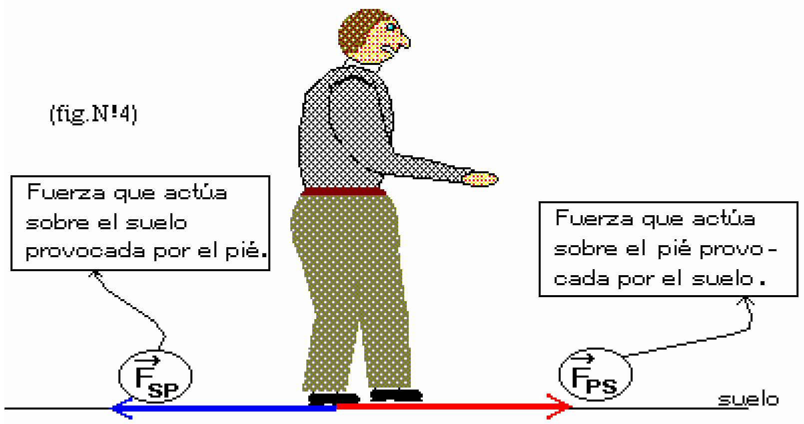
= 100.000 dinas = 10^5 dinas.

c)Equivalencia kg-U.T.M.: 1 kg = $\frac{1\ kgf}{9{,}8\ \frac{m}{seg^2}}$ = 0,102 kgf.$\frac{seg^2}{m}$ = 0,102 U.T.M.

4-1.3)PRINCIPIO DE INTERACCIÓN:

> Cuando dos cuerpos interactúan, las fuerzas que se ejercen mutuamente (uno sobre el otro y viceversa), son de igual módulo, de igual dirección, pero de sentido contrario.

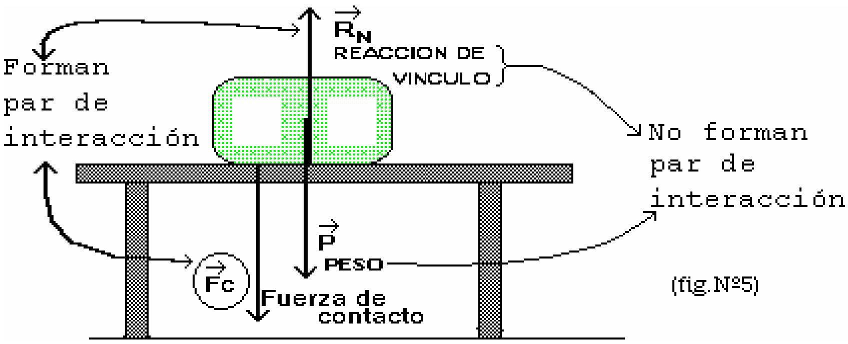
Un ejemplo de interacción, es la acción que producimos sobre el piso al caminar y podemos desplazarnos gracias al par de interacción que el piso nos aplica. (Ver fig. N°4).



El doble subíndice, que lleva cada fuerza, indica (el primero de ellos) dónde actúa la fuerza y el segundo, con quién interactúa.

No debe confundirse a los pares de interacción, con las fuerzas aplicadas y sus reacciones en los vínculos. Mientras los pares de interacción están aplicados sobre distintos cuerpos, las fuerzas y sus reacciones de vínculo actúan sobre el mismo cuerpo, equilibrándose entre sí.

Un ejemplo de esta situación lo tenemos cuando apoyamos un cuerpo sobre una mesa horizontal. (Ver fig. N° 5)



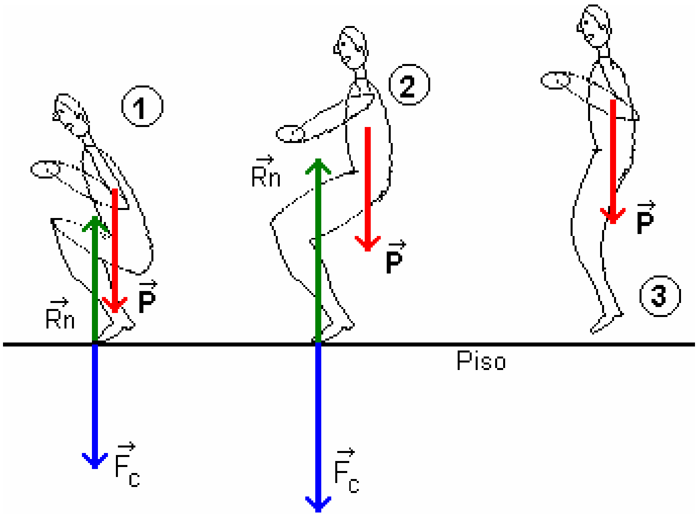
La reacción al peso, está en el centro de la Tierra, mientras que la reacción de vínculo es el par de interacción de la fuerza de contacto ejercida por el cuerpo sobre la mesa.

El ejemplo de la mesa es un caso estático, pero para que resulte más claro, vamos a mostrar una situación en la que los pares de interacción se manifiestan dinámicamente.

En la primera de las figuras que siguen, vemos un chico en cuclillas, que está próximo a efectuar un salto pero que como aún no comenzó, todavía está en reposo, resultando por el momento similar al ejemplo de la mesa. Allí, la fuerza de contacto F_c, es el par en la interacción de contacto con R_n, la cual (esta última) equilibra al peso.

En la segunda, al incrementar la intensidad del contacto (F_c), también crece la reacción del piso (R_n) y ahora ya no equilibra al peso. Al superar en módulo al peso, habrá una resultante hacia arriba que provoca la aceleración que permite que el chico adquiera la velocidad necesaria para despegarse del piso.

En la última de las figuras, ya se ha separado del piso, no hay interacción de contacto y por lo tanto solamente se ve la acción del peso que provoca el frenado durante el ascenso y la posterior caída.



4-1.4)APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON:

4-1.4.a)CUERPOS LIBRES O CON UN SOLO VINCULO.

Aquí aplicaremos las leyes de Newton a la resolución de casos de cuerpos sometidos a la acción de una o más fuerzas, alguna de las cuales puede ser de vínculo.

1)Cuerpo en caída libre:

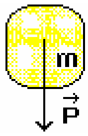


fig. nº6

Como vimos en cinemática, un cuerpo libre en el vacío, cae con la aceleración de la gravedad, que en la tierra, al nivel del mar y a 45° de latitud vale en módulo 9,8 $\frac{m}{seg^2}$,provocada por su propio peso (fig. N° 6).

2)Cuerpo sometido a la acción de una fuerza vertical aplicada por un agente externo (no representado en la figura). (Ver fig. N°7).

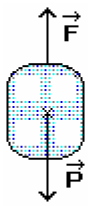


fig. Nº7

Pueden presentarse tres situaciones dentro de este caso:

a)El cuerpo se acelera hacia arriba (F > P).

b)El cuerpo se acelera hacia abajo (F < P).

c)El cuerpo está en reposo o tiene velocidad constante (F = P).

Veamos un ejemplo de cada caso para un cuerpo de 5 kg de masa:

a) F = 80 N ; P = m.g = 5 kg.9,8 $\frac{m}{seg^2}$ = 49 N

$$a = \frac{F - P}{m} = \frac{80\,N - 49\,N}{5\,kg} = \frac{31\,N}{5\,kg} = 6{,}2\,\frac{m}{seg^2}$$

b) F = 20 N ; P = 49 N

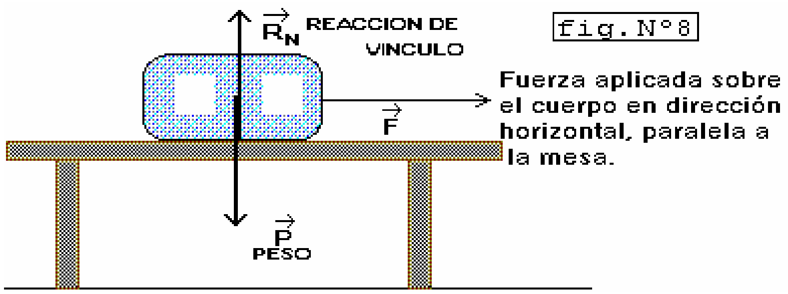
$$a = \frac{F - P}{m} = \frac{20N - 49N}{5\,kg} = \frac{-29N}{5\,kg} = -5{,}8\ \frac{m}{seg^2}$$

c) F = 49 N ; P = 49 N

$$a = \frac{F - P}{m} = \frac{49N - 49N}{5\,kg} = \frac{0\,N}{5\,kg} = 0\ \frac{m}{seg^2}$$

---

3) Caso de un cuerpo simplemente apoyado sobre una mesa horizontal, sin fricción y sobre el que actúa una fuerza horizontal (paralela a la superficie). (Ver fig. N°8):



El cuerpo está sometido a la acción de tres fuerzas, dos de ellas equilibradas entre sí (la reacción de vínculo neutraliza al peso), quedando la fuerza horizontal como la única capaz de acelerar a dicho cuerpo.

Analizaremos varias situaciones dentro de este caso, según los datos que se suministran:

a) Datos: F = 10 N y m = 4 kg. Calcular la aceleración:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10\,N}{4\,kg} = 2{,}5\ {}^{m}\!/_{seg^2}$$

b) Datos: P = 4 kgf y F = 10 N. Calcular la aceleración:

Como no nos dan la masa, debemos calcularla o deducirla a partir de la definición del kgf.

Sabemos que un cuerpo que pesa en la Tierra 1 kgf, tiene 1 kg masa.

En este caso P = 4 kgf, por ello, m = 4 kg y la aceleración será:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10\,N}{4\,kg} = 2{,}5\ {}^{m}\!/_{seg^2}$$

c) Datos: m = 4 kg y a = 3 $\frac{m}{seg^2}$. Calcular la fuerza aplicada:

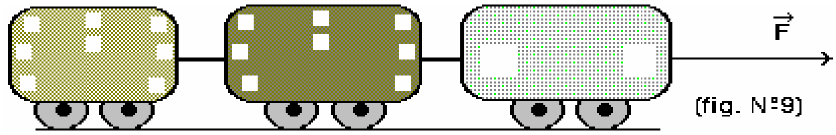
$$F = m.a = 4\ kg.3\ \frac{m}{seg^2} = 12\ N.$$

4-1.4.b)SISTEMAS DE CUERPOS VINCULADOS.

En esta parte vamos a aplicar las leyes de Newton a la resolución de sistemas de cuerpos vinculados.

Esto significa el análisis dinámico de cada situación y de los pasos necesarios para conocer todas las variables que afectan al sistema.

1°)Varios cuerpos vinculados entre sí y con el piso, (apoyados como un trencito) y que son acelerados por una fuerza horizontal (F) aplicada por una locomotora no representada en el esquema. (fig. N°9):

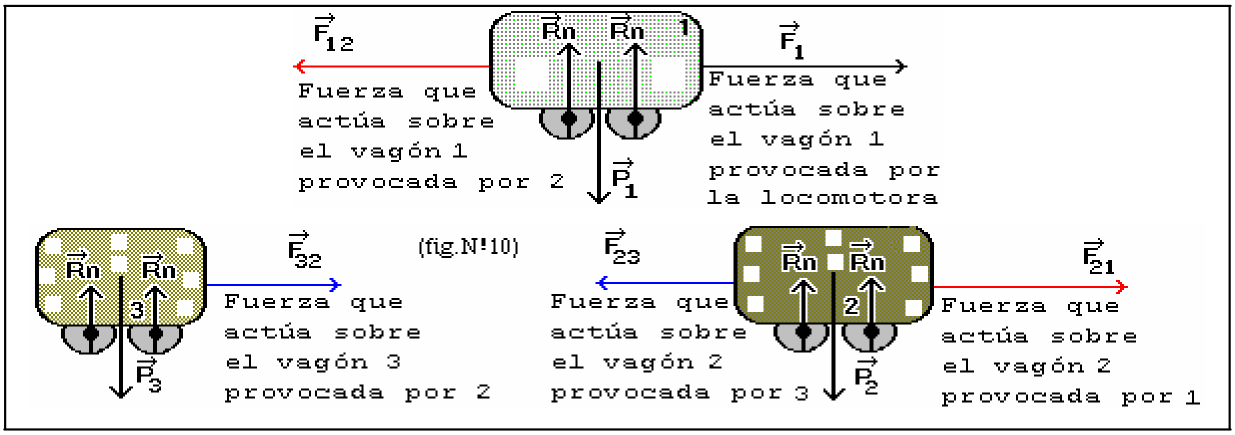


(fig. N°9)

Para analizar en detalle lo que ocurre en este caso y en todo otro en el que se presentan dos o más cuerpos vinculados entre sí y con algún agente externo (piso, poleas, pared, etc.), es necesario efectuar un **"DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE"**, *dado que las Leyes de NEWTON fueron formuladas para cuerpos libres y no para sistemas de cuerpos vinculados.*

Se trata de representar a cada cuerpo, liberado de sus vínculos y reemplazados estos por las fuerzas que ellos ejercen (estas son las reacciones de vínculo). Veamos para el caso del trencito:

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE para cada vagón. (Ver Fig. N°10):



Puede verse aquí, a cada vagón sometido a la acción de varias fuerzas (las horizontales de igual color forman un par de interacción). El peso de cada uno es equilibrado por las reacciones de los vínculos (R_n) que actúan sobre las ruedas.

Las fuerzas horizontales de interacción entre los vagones se ponen en evidencia al hacer los diagramas de cuerpo libre. Estas sí forman pares de interacción, porque cada elemento del par de interacción actúa sobre un cuerpo distinto y por ello no se equilibran.

Veamos como se resuelve este caso, con los siguientes datos:

m_1 = 180 kg ; m_2 = 150 kg ; m_3 = 100 kg ; F = 1290 N.

Calcular la aceleración y las fuerzas de interacción entre los vagones (suponemos igual la aceleración de todos los vagones porque las sogas o cadenas que los vinculan las consideramos inextensibles).

Se plantea la ecuación que corresponde a la 2° ley de Newton, para cada cuerpo y para cada eje (una en el eje "x" y otra en "y"):

Para cada vagón será:

En el eje x

I) $F_1 - F_{12} = m_1.a$

II) $F_{21} - F_{23} = m_2.a$

III) $F_{32} = m_3.a$

En el eje y

$R_{n1} - P_1 = 0$

$R_{n2} - P_2 = 0$

$R_{n3} - P_3 = 0$

Suponiendo de masa despreciable a las cadenas o sogas que vinculan a los vagones, podemos afirmar, por el tercer principio, que:

$$F_{12} = F_{21} \quad y \quad F_{23} = F_{32}$$

Resolvemos ahora el sistema de tres ecuaciones planteado antes:

$F_1 - F_{12} = m_1.a$ Sumamos miembro a miembro y
$F_{21} - F_{23} = m_2.a$ cancelamos los términos que
$F_{32} = m_3.a$ corresponden a los pares de interacción

$F_1 = (m_1 + m_2 + m_3).a$ ...Y DESPEJAMOS LA ACELERACIÓN

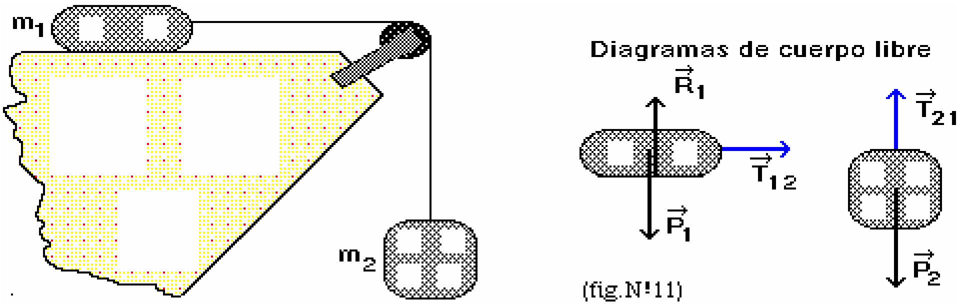
$$a = \frac{F_1}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1290\ N}{180\,kg + 150\,kg + 100\,kg} = 3\ \frac{m}{seg^2}$$

Reemplazando el valor de la aceleración hallado en la primera y la tercera ecuación del sistema planteado, obtenemos los valores de las fuerzas de interacción entre los vagones:

$$F_{12} = F_1 - m_1.a = 1290\ N - 180\ kg.3\ \frac{m}{seg^2} = 750\ N$$

$$F_{32} = m_3.a = 100\ kg.3\ \frac{m}{seg^2} = 300\ N$$

2°)Un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal sin rozamiento vinculado a otro cuerpo suspendido, mediante una cuerda de masa despreciable e inextensible, que pasa por una polea (Fig. N°11):



(fig.N°11)

Planteamos la ecuación que corresponde a la 2° ley de Newton, para cada cuerpo:

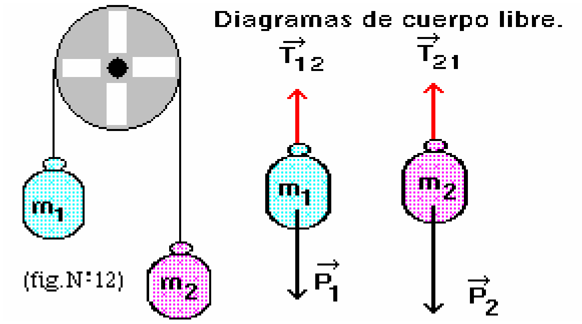
$T_{12} = m_1.a$ Sumamos miembro a miembro y cancelamos los
$P_2 - T_{21} = m_2.a$ términos de los pares de interacción.

$P_2 = (m_1 + m_2).a$

$m_2.g = (m_1 + m_2).a$ de donde despejamos la aceleración

$$\boxed{a = \frac{m_2.g}{m_1 + m_2}}$$

3°)Dos cuerpos suspendidos, vinculados entre si mediante una cuerda de masa despreciable e inextensible que pasa por una polea. (Este dispositivo se denomina MAQUINA DE ATWOOD) (Ver Fig. N°12):



□ $T_{12} - P_1 = m_1.a$ Sumamos miembro a miembro y cancelamos los
□ $P_2 - T_{21} = m_2.a$ términos de los pares de interacción.

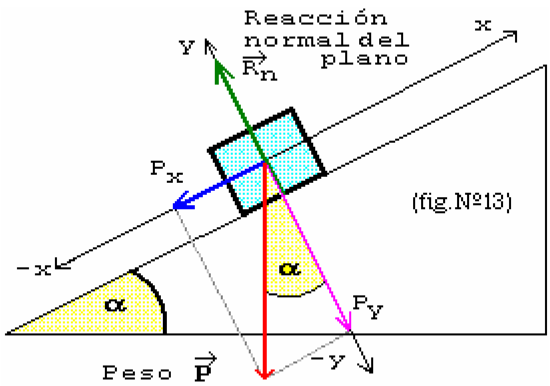
$P_2 - P_1 = (m_1 + m_2).a$

$(m_2 - m_1).g = (m_1 + m_2).a$; de donde despejamos la aceleración:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)\,.\,g}{(m_1 + m_2)}$$

4°)Un cuerpo que desliza por un plano inclinado, sin fricción:

Observando el esquema de la figura, vemos que sobre el cuerpo actúan sólo dos fuerzas: 1)El propio peso del cuerpo, al que proyectamos sobre los ejes x e y; 2)La reacción normal del plano inclinado. (Ver fig. N°13)

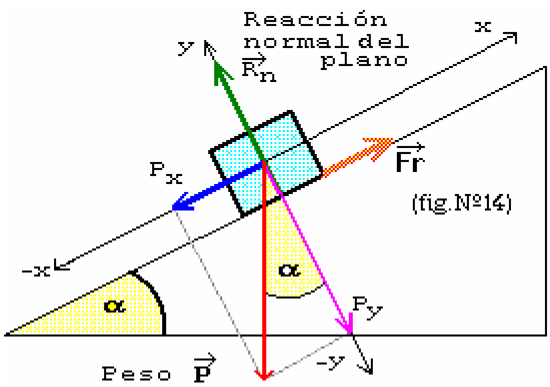


Aplicando las ecuaciones de la 2° ley de Newton:

$$F = m.a \;\square\; a = \frac{F}{m} = \frac{P_x}{m} = \frac{m\,.\,g\,.\,\text{sen}\,\alpha}{m} = g.\text{sen}\,\alpha$$

5°)Un cuerpo que se mueve por un plano inclinado bajo la acción de fuerzas provocadas por diversas causas (rozamiento u otras).

La fuerza de rozamiento, es la consecuencia del contacto entre dos superficies "rugosas", la cual existe aunque nos parezca que las mismas están bien pulidas. (Ver fig. N°14)



La dirección de la fuerza de fricción es paralela a la dirección del movimiento y de sentido contrario. Con respecto a su valor, es proporcional a la reacción normal del plano, ya que cuanto más intenso es el contacto, mayor será la fuerza de rozamiento.

Aplicando las ecuaciones de la 2° ley de Newton:

$$F = m.a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{F_r - P_x}{m} = \frac{F_r - m\,.\,g\,.\,\text{sen}\,\alpha}{m}$$

Esta aceleración tiene el sentido de P_x porque la fuerza de fricción es en general menor a la componente del peso en esa dirección. F_r iguala a P_x en el caso en que el cuerpo permanece en reposo (rozamiento estático), o bien cuando desciende con velocidad constante (rozamiento dinámico). La excepción que puede constituirse en que F_r pueda superar a P_x es cuando el cuerpo se desplaza por el plano en ascenso o descendiendo bajo la acción de otras fuerzas o cuando se lo ha dotado de velocidad y este rozamiento lo esté frenando hasta detenerlo, punto en el cual F_r será igual a P_x.

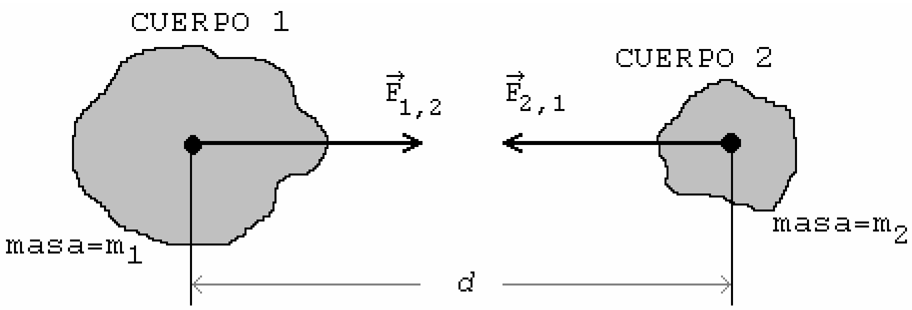
4-2)LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

La gravitación es una de las propiedades fundamentales que tiene la materia. Esta se manifiesta produciendo una fuerza de atracción entre dos cuerpos y esa cualidad la posee todo cuerpo por el solo hecho de tener masa.

Cuando se colocan dos cuerpos, uno a cierta distancia del otro, existe entre ambos interacción gravitatoria, pero ésta en general pasa desapercibida debido a que es una interacción muy débil, salvo que uno de los dos cuerpos (o ambos) tenga una masa extraordinariamente grande, como es el caso de la Tierra, la cual permite que su interacción gravitatoria con objetos aún muy pequeños, se manifieste de manera notoria.

Así es posible ver desde la caída de una gigante roca, hasta la de una pequeña partícula de talco, o una pequeña pluma de un ave o un grano de arena, y la influencia sobre la Luna (para mantenerla en órbita).

La interacción gravitatoria cumple con la tercera ley de Newton, en cuanto a que el par de fuerzas que se manifiesta en los dos cuerpos (una en cada uno), tienen igual módulo, igual dirección y sentido contrario.



La Ley De Gravitación Universal enunciada por Newton establece lo siguiente:

La fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos, es directamente proporcional al producto de las masas de ambos cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros de masa.

Matemáticamente se expresa del siguiente modo:

$$\boxed{F = G\,\frac{m_1 \,.\, m_2}{d^2}}$$

El coeficiente "*G*" se denomina "Constante de Gravitación Universal" y su valor es: G = $6,67.10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$ = $0,0000000000667\ \frac{N.m^2}{kg^2}$ y tiene validez Universal.

Observando el valor de esta constante, advertimos la pequeñez de la fuerza de interacción gravitatoria entre cuerpos ordinarios. Sólo es notoria cuando el producto de las masas alcanza valores en el orden de los trillones y la distancia no es demasiado grande.

Veamos un ejemplo:

Con que fuerza se atraen dos asteroides, sabiendo que sus masas son respectivamente: $m_1 = 3{,}2.10^{12}$ kg y $m_2 = 2{,}1.10^{15}$ kg y se hallan distanciados 473,4 km.

Aplicando la fórmula arriba expresada:

$$F = G\,\frac{m_1 \,.\, m_2}{d^2} = 6{,}67.10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}\ \frac{3{,}2\,.10^{12}\,kg\,.\,2{,}1\,.\,10^{15}\,kg}{(473400\ m)^2} = 2.10^6\ N$$

Si se emplea esta ley para el caso terrestre, cuando interactúa un cuerpo cualquiera con nuestro planeta, la fuerza en cuestión es lo que habitualmente denominamos "peso".

La Tierra tiene una masa aproximada cercana a los seis cuatrillones de kilogramos (Masa de la Tierra = 6.10^{24} kg).

Cuando un cuerpo se halla cerca de la superficie terrestre, la interacción gravitatoria se produce entre dicho cuerpo y la tierra, a la que consideramos cual si fuese un cuerpo puntual separado del otro por una distancia igual al radio terrestre medio, cuyo valor es próximo a 6390 km.

Empleando estos valores en la fórmula de la ley que estamos considerando, obtenemos el conocido valor de la aceleración de la gravedad:

$$g \cong 9{,}8\ \frac{m}{seg^2}$$

Veamos: $g = 6{,}67.10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}\ \frac{6\,.10^{24}\,kg}{(\,6390000\ m\,)^2} \cong 9{,}8\ \frac{m}{seg^2}$

4-3)IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

4-3.1)IMPULSO APLICADO POR UNA FUERZA CONSTANTE.

El impulso aplicado a un cuerpo puntual por una fuerza constante, es igual al producto de dicha fuerza por el lapso durante el cual la misma ha actuado.

Se simboliza con la letra **I** y es una magnitud vectorial.

$$\boxed{I = F.\Delta t}$$

Las unidades que se emplean para su expresión, son:

SISTEMA / MAGNITUD	C.G.S	M.K.S.	TECNICO
IMPULSO	dina. seg	Newton.seg	Kgf.seg

Ejemplo: Calcular el impulso producido por el peso de un cuerpo de 1 kg de masa, durante su caída libre, a partir del reposo, desde 10 m de altura.

a) Calculamos el peso: $P = m.g = 1\ kg.9,8\ \frac{m}{seg^2} = 9,8\ N.$

b) Calculamos el tiempo de caída:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2.\Delta h}{g}} = \sqrt{\frac{2.10\,m}{9,8\,\frac{m}{seg^2}}} = 1,43\,seg$$

c) Luego el Impulso será:

$I = 9,8\ N.1,43\ seg = 14\ N.seg$

4-3.2)CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UN CUERPO PUNTUAL.

> *La cantidad de movimiento de un cuerpo puntual es igual al producto de su masa por su velocidad instantánea*

Es una magnitud vectorial y se simboliza con la letra p:

$$\boxed{p = m.v}$$

Se expresa en las siguientes unidades:

SISTEMA / MAGNITUD	C.G.S	M.K.S.	TECNICO
CANTIDAD DE MOVIMIENTO	$\frac{g.cm}{seg}$	$\frac{kg.m}{seg}$	$(UTM).\frac{m}{seg}$

Ejemplo 1): ¿Qué cantidad de movimiento tiene un cuerpo de 12 kg de masa que lleva una velocidad de 15 $\frac{m}{seg}$?

$p = m\ .\ v = 12\ kg.15\ \frac{m}{seg} = 180\ kg.\frac{m}{seg}$

Ejemplo 2): ¿A qué velocidad un auto de 1500 kg de masa tendrá la misma cantidad de movimiento que la de un camión de 7000 kg de masa que lleva una velocidad de 10 $\frac{m}{seg}$?

$$p_{camión} = 7000\ kg.10\ \frac{m}{seg} = 70000\ kg.\frac{m}{seg}$$

$$p_{auto} = 1500\ kg.v_{auto} = 70000\ kg.\frac{m}{seg} \Rightarrow v_{auto} = 46,7\ \frac{m}{seg} = 168\ \frac{km}{h}$$

4-3.3)RELACIÓN ENTRE IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

La importancia de esta relación reside en la posibilidad de evaluar la acción de una fuerza, cuando ésta ha variado durante el tiempo que actuó sobre el cuerpo.

Si expresamos el principio de masa: $F = m.a$

y sustituimos a la aceleración por su equivalente cinemático:

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ nos queda: $F = m.\frac{\Delta v}{\Delta t}$ y si pasamos Δt multiplicando al primer miembro, nos da:

$$\boxed{F.\Delta t = m.\Delta v}$$

donde puede verse que, el primer miembro, es el impulso aplicado por la fuerza **F** y el segundo miembro, es la variación que ha sufrido la cantidad de movimiento del cuerpo, como consecuencia del impulso aplicado por dicha fuerza. Por lo tanto podemos generalizar que:

El impulso aplicado a un cuerpo, es igual a la variación que sufre su cantidad de movimiento

Ejemplo: Un automóvil de 1000 kg de masa, que viaja con una velocidad de $10\frac{m}{seg}$, incrementa su velocidad hasta alcanzar los $25\frac{m}{seg}$ en 20 seg. Calcular la variación que sufrió su cantidad de movimiento y la fuerza media realizada por su planta motriz, responsable del incremento de velocidad.

$$\Delta p = m.\Delta v = 1000\ kg.(25\frac{m}{seg} - 10\frac{m}{seg}) = 15000\ kg.\frac{m}{seg}$$

$$I = F.\Delta t = m.\Delta v = 15000\ kg.\frac{m}{seg}$$

$$F.20\ seg = 15000\ kg.\frac{m}{seg} \Rightarrow F = 750\ N$$

4-3.4)LEY DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

En ausencia de impulso, la cantidad de movimiento de un cuerpo o sistema de cuerpos, se conserva

En efecto, observando la expresión: $F.\Delta t = m.\Delta v$,si $F.\Delta t = 0$ (impulso nulo) será $m.\Delta v = 0$,lo cual quiere decir que si la variación de la cantidad de movimiento es cero, entonces no varía, es constante (se conserva).

Esta ley de conservación es importantísima y es aplicable a un gran número de situaciones físicas de las que mencionaremos sin desarrollar algunas de ellas.

a)En el estudio del choque de dos o más cuerpos.

b)En la dinámica de un motor a reacción (cohete o avión jet).

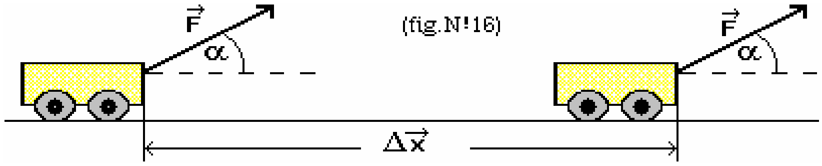
c)En el análisis de un fenómeno explosivo.

4-4)TRABAJO MECÁNICO DE UNA FUERZA CONSTANTE

El trabajo mecánico realizado por una fuerza constante es igual al producto escalar del vector fuerza por el vector que da el desplazamiento de su punto de aplicación

Se denota con la letra L y es una magnitud escalar.

$\boxed{L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}}$ Producto escalar cuyo desarrollo da: $\boxed{L = |\vec{F}|.|\Delta\vec{x}|.\cos\alpha}$



(fig.N°16)

Desde el punto de vista conceptual, significa multiplicar la distancia que se ha desplazado el punto de aplicación de la fuerza por la proyección de dicho vector en la dirección del desplazamiento.

Las unidades que se emplean para su expresión, son:

SISTEMA / MAGNITUD	C.G.S	M.K.S.	TECNICO
TRABAJO	dina.cm = ergio (erg)	Newton.m = Joule (J)	Kgf.m = Kilográmetro

EJEMPLOS: a) Calcular el trabajo mecánico que realiza una persona sobre un carro de supermercados, cuando le aplica una fuerza de 5 kgf y lo desplaza 20 m en una dirección paralela a la de la fuerza aplicada. Expresar el resultado en los tres sistemas de unidades.

$L = |F| . |\Delta x| . \cos \alpha = 5 \text{ kgf} . 20 \text{ m} . \cos 0° = 100 \text{ kgfm}$

A través de la relación kgf-N, sabemos que 1 kgf = 9,8 N; por lo tanto: 100 kgfm = 980 N.m = 980 Joule = 980 J

Análogamente, 1 N = 10^5 dina y 1 m = 10^2 cm,

luego 1 J = 1 N.1 m = 10^5 dina.10^2 cm = 10^7 dina.cm = 10^7 ergio = 10^7 erg

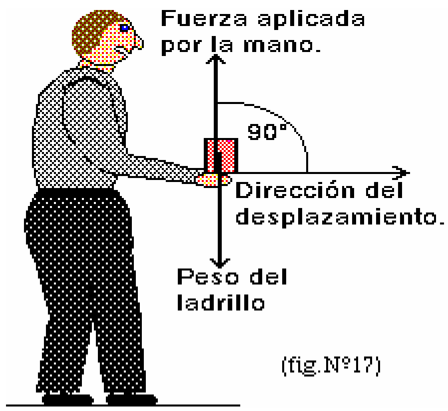
y 980 J = $9{,}8.10^9$ erg.

b) Determinar el trabajo que realiza el peso de un cuerpo de 3 kg de masa cuando cae desde 5 m de altura.

$P = m.g = 3 \text{ kg} . 9{,}8 \frac{m}{seg^2} = 29{,}4 \text{ N}$

$L = 29{,}4 \text{ N} . 5 \text{ m} = 147 \text{ N.m} = 147 \text{ J}$

c) ¿Realiza trabajo un chico parado que sostiene un ladrillo de 1 kg de masa, sobre la palma de su mano extendida horizontalmente a 1,5 m del suelo? (Ver Fig. N°17)



(fig.N°17)

No, no realiza ningún trabajo porque la fuerza que le aplica al ladrillo no sufre desplazamiento alguno.

Aunque desde el punto de vista fisiológico, esto le represente algún cansancio, pueda acalambrarse, ello no implica que realice trabajo mecánico alguno, físicamente hablando.

No es equivalente el concepto físico “trabajo mecánico de una fuerza” con el término usual de que algo resulte “trabajoso” o “cansador”.

Suponga ahora que el chico camina (con velocidad constante), con el ladrillo sobre su mano extendida ¿realiza trabajo?.

Ahora tampoco realiza trabajo, porque la fuerza que sostiene al ladrillo es perpendicular al desplazamiento del mismo y ese trabajo es nulo ($\cos 90° = 0$).

Para que exista trabajo realizado sobre el ladrillo por parte del chico, debe subir alguna escalera o pendiente.

También podría correr con cierta aceleración, la cual no podrá durar mucho tiempo, porque su velocidad es limitada.

4-5)ENERGÍA MECÁNICA: CONCEPTO GENERAL DE ENERGÍA

La energía es un concepto que nos resulta tan o más difícil de definir que el de fuerza. Cuando hablamos de energía, asociamos este término con poder, poder efectuar cosas, actividad, vida, etc.

Desde el punto de vista físico, la energía se presenta en la naturaleza con muchos disfraces. Así tenemos: 1)Energía mecánica, 2)Energía electromagnética, 3)Energía calórica, 4)Energía lumínica, 5) Energía nuclear, 6)Energía química, 7)Energía biológica, etc.

Estas manifestaciones de la energía pueden intercambiarse, aunque en general, casi siempre se termina disipando en forma de energía calórica.

El nexo que permite que una forma de energía mude a otra forma de energía es la realización de trabajo por parte de fuerzas que se ponen en juego en cada situación particular. Más adelante veremos casos concretos donde esto pueda advertirse.

4-5.1)ENERGÍA CINÉTICA.

Es una de las dos facetas de la energía mecánica. Es una energía de movimiento. Su valor depende de la mitad de la masa de un cuerpo y del cuadrado de su velocidad:

LA ENERGÍA CINÉTICA DE UN CUERPO ES IGUAL AL PRODUCTO DE LA MITAD DE SU MASA POR EL CUADRADO DE SU VELOCIDAD

Se simboliza con E_c:

$$\boxed{E_c = \tfrac{1}{2}.m.v^2}$$

Las unidades en que se expresa son en cada sistema:

SISTEMA / MAGNITUD	C.G.S	M.K.S.	TECNICO
ENERGIA CINETICA	$g.cm^2/seg^2$ = ergio (erg)	$kg.m^2/seg^2$ = Joule (J)	$(UTM)m^2/seg^2$

Observar que las unidades de energía son idénticas a las de trabajo.

Ejemplo 1: ¿Qué energía cinética tiene un cuerpo de 12 kg de masa que lleva una velocidad de 15 $\frac{m}{seg}$? $E_c = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.12\ kg\ .(15\ \frac{m}{seg})^2 =$ 1350J J

Ejemplo 2: ¿A qué velocidad un auto de 1500 kg de masa tendrá la misma energía cinética que la de un camión de 7000 kg de masa que lleva una velocidad de 10 $\frac{m}{seg}$?

$$E_{c(camión)} = \frac{1}{2}.7000\ kg.(10\ \frac{m}{seg})^2 = 350000\ J$$

$$E_{c(auto)} = \frac{1}{2}.1500\ kg.(v_{auto})^2 = 350000\ J$$

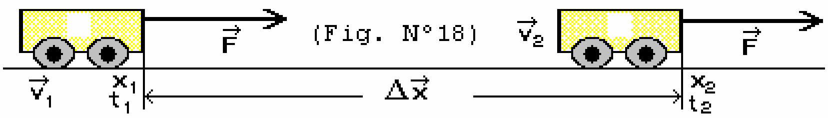
$$v_{auto} = 21{,}6\ \frac{m}{seg} = 77{,}7\ \frac{km}{h}$$

Comparar este resultado con el obtenido al relacionar la cantidad de movimiento del auto con la del camión. En este caso, el auto no necesita alcanzar una velocidad tan alta para igualar a la energía del camión, porque la energía cinética crece con el cuadrado de la velocidad (ver pag. N°11).

4-5.1.a)TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA.

Este teorema relaciona al trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo, con la energía cinética adquirida por dicho cuerpo.

Aplicamos la expresión del trabajo mecánico ejercido por una fuerza constante y cuya dirección sea paralela al desplazamiento, para el caso de un cuerpo que se mueve sobre un plano horizontal (Fig.N°18)



Supongamos que el cuerpo pasa por la posición x_1 en el instante t_1 con una velocidad v_1 y que por la acción de la fuerza, sufre el desplazamiento que lo lleva a la posición x_2 en el instante t_2 con una velocidad v_2.

Aplicamos la definición de trabajo: $L = |F|.|\Delta x|$

y reemplazamos la fuerza por su equivalente en la ley de masa :

$$L = m.a.|\Delta x| = m.\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right).|\Delta x|$$

En el último paso hemos sustituido la aceleración por su expresión cinemática equivalente: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Asociamos al desplazamiento con el lapso y lo reemplazamos por la velocidad media: $V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$$L = m.\Delta v_{1,2}.v_m$$

Por tratarse del trabajo de una fuerza constante, la aceleración también será constante y el cuerpo se moverá con M.R.U.V., donde la velocidad por ser función lineal del tiempo, permite que la velocidad media se calcule como promedio de las velocidades inicial y final.

De esta manera, reemplazando $\Delta v_{1,2}$ por su igual $(v_2 - v_1)$ y $v_{m_{1,2}}$ por $\frac{v_2 + v_1}{2}$, queda:

$$L = m.(v_2 - v_1).\frac{v_2 + v_1}{2}$$

Operando el producto de la suma por la diferencia, queda la diferencia de cuadrados:

$L = ½.m.[(v_2)^2 - (v_1)^2]$ Distribuyendo la masa y el divisor queda:

$$L = ½.m.(V_2)^2 - ½.m.(V_1)^2$$

$$\boxed{L = E_{c_2} - E_{c_1} = \Delta E_{c_{1,2}}}$$

Como podemos ver por lo desarrollado:

El trabajo realizado sobre un cuerpo, por la fuerza resultante, es igual a la variación que experimenta su energía cinética

La importancia de este resultado, es que su validez se extiende a todas las situaciones, aún aquellas en que la fuerza pudo haber variado durante el desplazamiento.

Esto es a pesar de que la deducción la hayamos efectuado para la situación particular en que la fuerza permanece constante, para que el procedimiento de llegar a la fórmula final pueda ser matemáticamente más simple.

Ejemplo: Un auto de 1000 kg de masa, que viaja con una velocidad de $10\frac{m}{seg}$, incrementa su velocidad hasta alcanzar los $25\frac{m}{seg}$ mientras se desplaza 350 m. Calcular la variación que sufrió su energía cinética y la fuerza media realizada por su planta motriz responsable de producir dicho incremento de velocidad.

Calculamos la variación de la energía cinética:

$$\Delta E_{c_{1,2}} = ½ .1000\ kg.\{(25\frac{m}{seg})^2 - (10\frac{m}{seg})^2\} = 262500\ J$$

Ahora despejamos la fuerza, a través de:

$$L = F . \Delta x = F .350\ m = 262500\ J \quad F = 750\ N$$

Comparar este resultado con el obtenido en la pág. 12, donde hemos calculado la fuerza media pero en función de la variación de la cantidad de movimiento.

4-5.2)ENERGÍA POTENCIAL.

Es la otra faceta de la energía mecánica. Es una energía de posición. Su valor depende de la posición de una fuerza dentro del campo fuerzas que la genera.

En la Energía mecánica, se presentan dos tipos de energías potenciales: a) ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA y b) ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA.

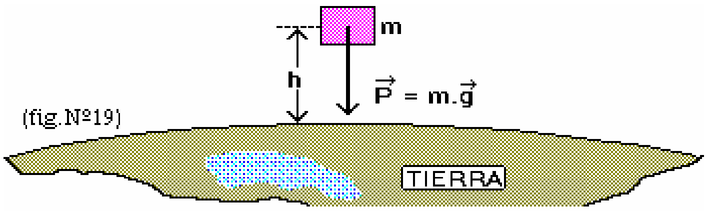
4-5.2.a)ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA.

Es la que se manifiesta dentro del campo gravitatorio de todo cuerpo, (planeta, satélite, estrella, etc.), por ej.: La Tierra.

En proximidad del suelo y mientras la altura no signifique una variación apreciable para la aceleración de la gravedad, definimos:

LA ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA DE UN CUERPO ES IGUAL AL PRODUCTO DE SU PESO POR SU ALTURA CON RESPECTO A UN NIVEL ARBITRARIO DE REFERENCIA

$E_p = P.h = m.g.h$,donde $\underline{h}$ representa dicha altura y **P** al peso del cuerpo. (Ver fig. N°19)



(fig.Nº19)

Ejemplo: Un edificio de 14 pisos mide 42 m. (altura de cada piso 2,8 m). Calcular la Energía potencial que tiene una piedra de masa 60 kg, que está en el 10° piso. Expresar el resultado tomando como referencia la planta baja y luego la terraza (15° piso).

1°) $E_p = m.g.h = 60\ kg.9{,}8\frac{m}{seg^2}.28\ m = 16464$ Joule

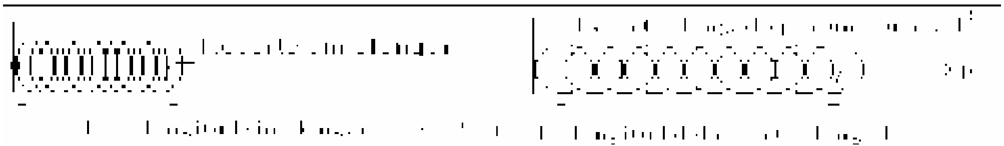
2°) $E_p = m.g.h = 60\ kg.9{,}8\frac{m}{seg^2}.(-14\ m) = -8232$ Joule

Observar que el valor de la energía potencial de un mismo cuerpo puede ser diferente con tal de calcularla con respecto a un distinto nivel de referencia.

4-5.2.b)ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA.

Es la que tiene todo resorte que se halle estirado o comprimido. La energía se acumula en el resorte, debido al cambio de posición que sufrió la fuerza recuperadora elástica, provocado por la interacción con algún agente externo.

LA ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA ACUMULADA POR UN RESORTE, ES IGUAL AL PRODUCTO DE LA MITAD DE SU CONSTANTE ELÁSTICA (k) POR EL CUADRADO DE LA ELONGACIÓN O COMPRESIÓN QUE HA SUFRIDO (Δl)



El cambio de longitud del resorte será $\Delta l = l - l_o$ y la energía en él almacenada (Energía potencial elástica E_{pe}) está dada por la expresión:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} . k . (\Delta l)^2$$

donde k representa a la constante elástica del resorte.

4-5.3)ENERGÍA MECÁNICA TOTAL.

Es la suma de la energía cinética y las energías potenciales.

$E_{m(total)} = E_c + E_{pg} + E_{pe} = \frac{1}{2}.m.v^2 + m.g.h + \frac{1}{2}.k.(\Delta l)^2$

*EJEMPLO: Veamos el caso de un cuerpo cuya masa es 2 kg y que está suspendido a 3 m de altura de un resorte de constante k = 500 $\frac{N}{m}$ el cual se halla elongado 40 cm respecto de su longitud normal y que en ese instante su velocidad es 5 $\frac{m}{seg}$ (Ver fig. N°21).

Cálculo del peso del cuerpo: $P = m.g = 2\ kg . 9{,}8 \frac{m}{seg^2} = 19{,}6\ N$

Si tomamos como referencia para la energía potencial gravitatoria al suelo, entonces su energía mecánica total será:

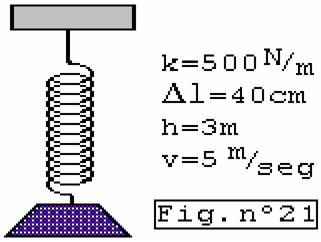


Fig. n°21

a)Cálculo de la energía potencial gravitatoria:

$E_{pg} = P.h = 19{,}6\ N . 3\ m = 58{,}8\ J$

b)Cálculo de la energía elástica:

$E_{pe} = \frac{1}{2}.k.(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}.500 \frac{N}{m} .(0{,}4m)^2 = 40\ J$

c)Cálculo de la energía cinética:

$E_c = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.2\ kg.(5 \frac{m}{seg})^2 = 25\ J$

d)La energía mecánica total del sistema cuerpo-resorte será la suma de la tres energías calculadas:

$E_m = 58{,}8\ J + 40\ J + 25\ J = 123{,}8\ J.$

4-5.4)LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA DE UN CUERPO.

La Energía mecánica total de un cuerpo o sistema de cuerpos permanece constante, a menos que sobre él actúen ***fuerzas no conservativas*** *que realicen trabajo.*

$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe} = 0$

$\Delta E_m = \frac{1}{2}.m.[(V_2)^2 - (V_1)^2] + m.g.\Delta h + \frac{1}{2}.k.(\Delta l)^2 = 0$

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS:

Se denominan FUERZAS CONSERVATIVAS a aquellas cuyo trabajo a través de una trayectoria cerrada es nulo.

En general se trata de fuerzas que se derivan de un potencial, como el gravitatorio, el elástico, el electrostático, entre otros.

Son fuerzas conservativas, el peso, la fuerza elástica y la fuerza de atracción o repulsión electrostática, por ejemplo.

Se denominan FUERZAS NO CONSERVATIVAS a aquellas cuyo trabajo a través de una trayectoria cerrada es distinto de cero.

Son fuerzas no conservativas, la fuerza de rozamiento, la fuerza motriz, la fuerza muscular, etc.

> *En aquellos casos en que intervengan fuerzas no conservativas que realicen trabajo, la variación de la Energía mecánica es igual al trabajo que realizan esas fuerzas no conservativas.*
>
> $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe} = L_{F(no\ conservativas)}$.

***EJEMPLO DONDE SE CONSERVA LA ENERGÍA MECÁNICA DE UN CUERPO**:

Un cuerpo de 5 kg de masa se halla a 15 m de altura sobre el suelo. Calcular su Energía potencial gravitatoria.

a) Cálculo de la energía potencial inicial:

$E_p = m.g.h = 5\ kg.9,8\frac{m}{seg2}.15\ m = 735\ J$

El cuerpo comienza a caer partiendo del reposo. Calcular su energía cinética y su velocidad cuando se halla a 10 m y al llegar al suelo. Despreciar la acción amortiguadora del aire.

b) Cálculo de la energía cinética a 10 m de altura:

$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pg} = 0$

$\Delta E_m = ½.m.[(V_2)^2 - (V_1)^2] + m.g.\Delta h = 0$

$\Delta E_m = ½.5\ kg.(V_2)^2 + 5\ kg.9,8\frac{m}{seg^2}.(10\ m - 15\ m) = 0$

$\Delta E_m = ½.5\ kg.(V_2)^2 + 49\ kg.\frac{m}{seg^2}.(-5\ m) = 0$

$\Delta E_m = ½.5\ kg.(V_2)^2 - 245\ J = 0$

$E_c = ½.5\ kg.(V_2)^2 = 245\ J$ (por ser $E_{c1} = 0$)

c) De la energía cinética despejamos la velocidad a esa altura:

$$(V_2)^2 = \frac{245\ J.2}{5\ kg} = 98\frac{m^2}{seg^2}$$

$$V_2 = 9,9\ \frac{m}{seg}$$

d) Se repiten los pasos para cuando el cuerpo está a una altura de 0 m (al llegar al suelo):

$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pg} = 0$

$\Delta E_m = ½.m.[(v_2)^2 - (v_1)^2] + m.g.\Delta h = 0$

$\Delta E_m = ½.5\ kg.(v_2)^2 + 5\ kg.9,8\frac{m}{seg^2}.(0\ m - 15\ m) = 0$

$\Delta E_m = ½.5\ kg.(v_2)^2 + 49\ kg.\frac{m}{seg^2}.(-15\ m) = 0$

$\Delta E_m = \frac{1}{2}.5\ kg.(v_2)^2 - 735\ J = 0$

$E_c = \frac{1}{2}.5\ kg.(v_2)^2 = 735\ J$ (por ser $E_{c1} = 0$)

e) De la energía cinética despejamos la velocidad a esa altura:

$$(V_2)^2 = \frac{735\ J.\ 2}{5\ kg} = 294\ \frac{m^2}{seg^2}$$

$$V_2 = 17{,}15\ \frac{m}{seg}$$

***EJEMPLO DONDE NO SE CONSERVA LA ENERGÍA MECÁNICA DE UN CUERPO**:

Un cuerpo de 2 kg de masa desliza partiendo del reposo desde la parte más alta de un plano inclinado 37°, que mide 5 m de longitud.

Sobre el cuerpo actúa una fuerza de rozamiento constante y paralela al plano (en sentido contrario al movimiento): $F_r = 5$ N.

Calcular la Energía mecánica inicial y final del cuerpo, el trabajo de la fuerza de fricción y su velocidad al llegar al pié del plano.

a) En la parte más alta del plano, toda la energía mecánica es potencial gravitatoria. Luego:

$E_m = E_{pi} = m.g.h_i = 2\ kg.9{,}8\ \frac{m}{seg^2}.5\ m.sen\ 37° = 59\ J$

b) Cálculo del trabajo que realiza la fuerza de rozamiento:

$L = F_r.\Delta x.\cos 180° = 5\ N.5\ m.(-1) = -25\ J$

c) Al final del plano, la energía mecánica será toda cinética, habiéndose disipado 25 J en el trabajo del rozamiento:

$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pg} = L_F$ (no cons.)

$\Delta E_m = \Delta E_c + (-59\ J) = -25\ J$

$\Delta E_c = 34\ J = E_{mf}$

$E_{cf} = \frac{1}{2}.m.(V_f)^2 = 34\ J$

$E_{cf} = \frac{1}{2}.2\ kg.(V_f)^2 = 34\ J$

$(V_f)^2 = 34\ \frac{m^2}{seg^2}$

$V_f = 5{,}83\ \frac{m}{seg}$

4-6) POTENCIA MECÁNICA:

La potencia mecánica media es el cociente entre el trabajo realizado por una fuerza y el lapso empleado en realizarlo

Es una medida de la rapidez con que se realiza un trabajo y se trata de una magnitud escalar ya que surge como cociente de dos magnitudes escalares: trabajo y tiempo.

También es posible calcular la potencia media como producto de la fuerza que realiza trabajo por la velocidad media con que se desplazó durante la realización de dicho trabajo.

Matemáticamente se expresa así:

$$\boxed{P_m = L/\Delta t = F.\Delta x/\Delta t = F.v_m}$$

Generalizando este concepto, podemos calcular la potencia instantánea disipada reemplazando la velocidad media por la velocidad instantánea.

$$\boxed{P = F.v}$$

Se expresa en las siguientes unidades:

SISTEMA / MAGNITUD	C.G.S	M.K.S.	TECNICO
POTENCIA	$\frac{ergio}{seg}$	$\frac{Joule}{seg} = Watt$	$\frac{Kilográmetro}{seg}$

EJEMPLO: Un operario arroja ladrillos de 1 kg masa cada uno desde la caja de un camión (altura 1 m) hasta el 1° piso de una obra (3,5 m de altura). Suponer que cada ladrillo parte del reposo y llega en reposo.

Calcular la potencia media con que se lanzan 1000 ladrillos si el trabajo se hizo en 2 horas.

El trabajo realizado sobre cada ladrillo, es el necesario para incrementar su energía potencial gravitatoria:

$$L = \Delta E_p = m.g.\Delta h = 1\ kg.9,8\frac{m}{seg^2}.(3,5\ m - 1\ m) = 24,5\ J\ (1\ ladrillo)$$

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{24500\ J}{7200\ seg} = 3,4\ Watt = 3,4\ W.$$

En el sistema técnico, se suele emplear una unidad de potencia llamada caballo vapor (C.V.), equivalente a 75 $\frac{kgfm}{seg}$.

UNIDAD DE TRABAJO DERIVADA DE LA POTENCIA

Un múltiplo del Watt, es el kilowatt equivalente a 1000 Watt. De aquí se deriva una unidad de trabajo y energía muy utilizada en la facturación del consumo de energía eléctrica. Es el Kilowatt-hora (Kwh).

Su equivalencia con el Joule es:

$$1\ Kwh = 1000\ W.1\ h = 1000\frac{j}{seg}.3600\ seg = 3600000\ J = 3,6.10^6\ J$$

BIBLIOGRAFIA :

Física, conceptos y aplicaciones. Autor; Tippens, P. Ed: Mcgraw-hill

Fundamentos de Física. Autor: Serway Ed: Thomson

Física general - Autor: Francis W. Sears, Mark W. Zemansky Ed: Mcgraw-hill

Apuntes de Física - Autor : Carlos Attie

.