DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

ESCUELAS TECNICAS RAGGIO

MATEMÁTICA 1

CUADERNILLO DE USO OBLIGATORIO

ALUMNO:

CURSO:

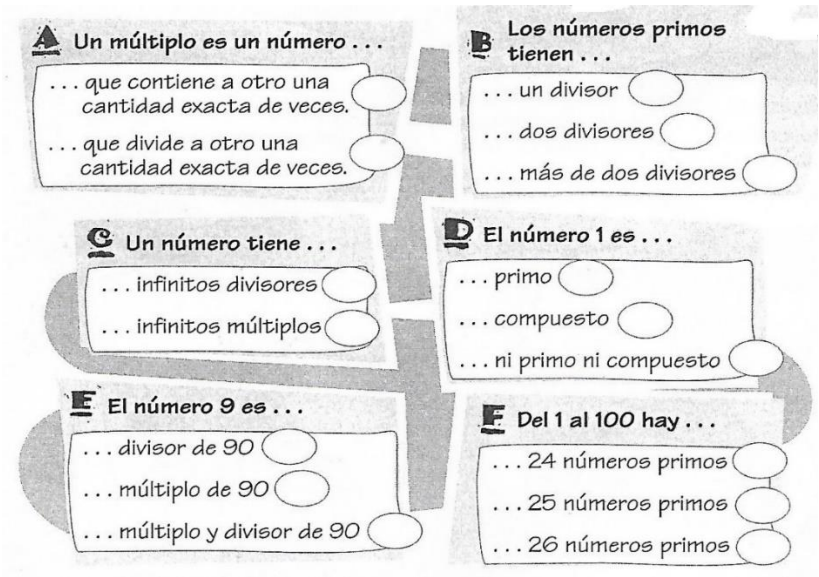
ESCUELA TÉCNICA RAGGIO

Programa de Matemática de 1° Año

Unidades	Contenidos
Unidad 1 **NUMEROS ENTEROS**	Representación en la recta numérica. Valor absoluto. Orden en Z. operaciones con enteros: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. Propiedades de las operaciones. Ecuaciones. Lenguaje simbólico. Problemas.
Unidad 2 **ÁNGULOS**	Conjuntos geométricos. Términos primitivos y conjunto de puntos. Posiciones relativas de dos rectas en el plano. Segmentos y ángulos consecutivos. Definición de ángulos. Clasificación. Ángulos complementarios, suplementarios, adyacentes, opuestos por el vértice: definición y propiedades. Ángulos entre paralelas: definición y propiedades. Ecuaciones y problemas.
Unidad 3 **NUMEROS RACIONALES**	Ubicación en la recta numérica. Orden en Q. fracciones equivalentes. Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. Propiedades. Cálculos combinados. Conversión de fracción a decimal. Expresiones decimales exactas y periódicas. Pasaje de decimal a fracción. Notación científica. Proporcionalidad. Propiedad fundamental. Ecuaciones y problemas.
Unidad 4 **POLÍGONOS**	Clasificación y propiedades. Perímetro y superficie. Triángulos: definición. Elementos. Clasificación según sus lados y ángulos. Propiedades de los ángulos y lados. Perímetro y área. Teorema de Pitágoras. Problemas integrando ángulos entre paralelas. Cuadriláteros: definición. Clasificación y propiedades. Propiedades de los ángulos exteriores e interiores. Perímetro y área.
Unidad 5 **FUNCIONES**	Coordenadas cartesianas. Interpretación de gráficos. Función: definición y reconocimiento a través de gráficos, dominio e imagen. Función lineal: problemas, tabla de valores. Proporcionalidad directa e inversa.
Unidad 6 **ESTADISTICA Y PROBABILIDAD**	Estadística: frecuencias absolutas y relativas. Media, moda y mediana. Grafico de torta, barra e histograma. Interpretación de los mismos. Probabilidad: cálculo de probabilidades.

Unidad 1: Múltiplos y Divisores

1) Indicar con X la opción correcta:



2) ¿Son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones? ¿Por qué?
   - El 1 no es divisor de todos los números.
   - El 0 es múltiplo de todos los números.
   - Hay 1 solo número primo terminado en 5.
   - El 2 es el único número primo par.
   - Así como el 2 es divisor de todo número par, el 3 es divisor de todo número impar.
   - A excepción de 2 y 3no hay números primos consecutivos.

3) Pintar la opción correcta.

   a) La suma de dos números impares es par y el producto de dos números impares es impar

   A VECES SIEMPRE NUNCA

   b) La suma de dos números primos da como resultado un número par

   A VECES SIEMPRE NUNCA

   c) Un múltiplo de 2 es también múltiplo de 4

   A VECES SIEMPRE NUNCA

   d) Un múltiplo de 9 es múltiplo de 3

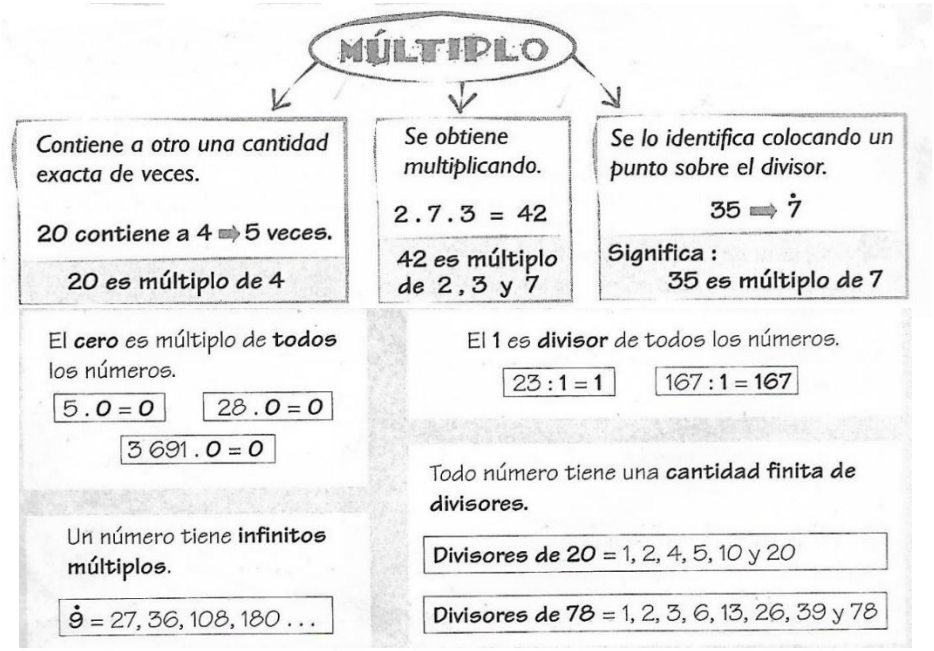
   A VECES SIEMPRE NUNCA

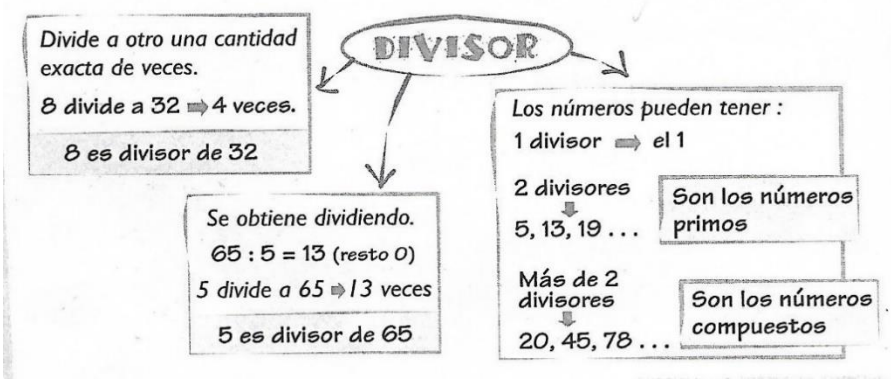
   e) Hay números que pueden tener infinitos divisores

   A VECES SIEMPRE NUNCA

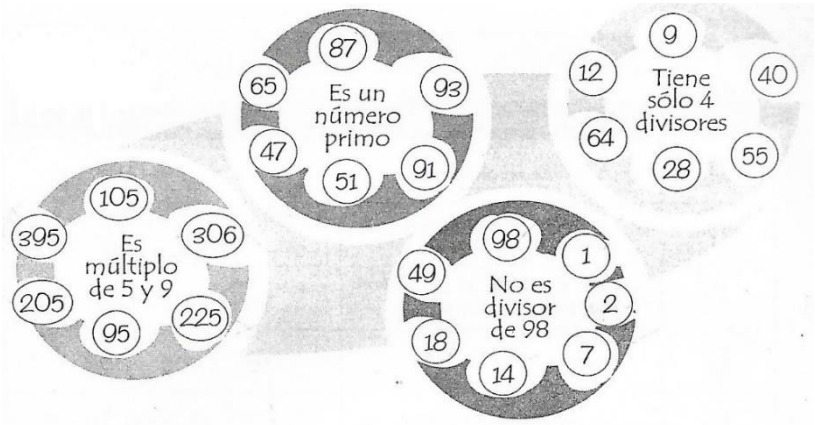
   f) La suma de dos números primos puede dar otro número primo.

   A VECES SIEMPRE NUNCA





4) Pintar el que corresponda en cada serie:



Reglas de divisibilidad

Un número es divisible . . .

por . . .	cuando . . .	Ejemplos
2	. . . termina en **cifra par.**	2<u>0</u> - 11<u>4</u> - 34<u>8</u>
3	. . . la suma de sus cifras da **3** o **múltiplo de 3.**	342 = 3 + 4 + 2 = 9 $9 \rightarrow \dot{3}$ entonces **342** $\rightarrow \dot{3}$
4	. . . sus dos últimas cifras son **ceros** o **múltiplos de 4.**	1<u>20</u> - 4<u>00</u> - 2<u>16</u>
5	. . . termina en **0** o en **5.**	3<u>5</u> - 1 00<u>5</u> - 8<u>0</u>
6	. . . es múltiplo de **2** y de **3.**	714 es $\dot{2}$ / es $\dot{3}$ entonces **714** $\rightarrow \dot{6}$
8	. . . sus tres últimas cifras son **ceros** o **múltiplos de 8.**	7 <u>000</u> - 6 <u>240</u> - 9<u>080</u>
9	. . . la suma de sus cifras da **9** o **múltiplo de 9.**	927 = 9 + 2 + 7 = 18 $18 \rightarrow \dot{9}$ entonces **927** $\rightarrow \dot{9}$
10	. . . termina en **0.**	4<u>0</u> - 16<u>0</u> - 2 43<u>0</u>
25	. . . sus dos últimas cifras son **ceros** o **múltiplos de 25.**	2 6<u>00</u> 1 0<u>25</u> 2 8<u>75</u>

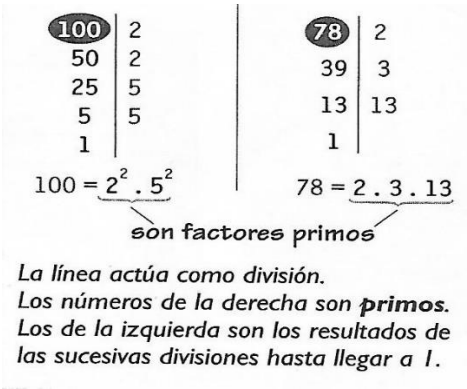
Divisibles por 7	
Se siguen estos pasos.	Ejemplo 203
Se separan las unidades y se las multiplica por 2 .	20 3 **3 . 2 = 6**
Se resta este producto a la parte del número que quedó.	20 − **6** 14 $\longrightarrow \dot{7}$
Si el resultado es **0** ó $\dot{7}$ entonces el número es múltiplo de 7.	203 $\longrightarrow \dot{7}$

Divisibles por 11	
Cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares impares y la suma de las cifras que ocupan los lugares pares da **cero** u **11** .	1 6 5 (5 + 1) - 6 6 - 6 = **0** **165** $\longrightarrow \dot{11}$ 6 9 1 9 (9 + 9) - (1 + 6) 18 - 7 = **11** **6 919** $\longrightarrow \dot{11}$

5) El número que cumple con todas las consignas corresponde a la velocidad máxima que alcanza a cada animal. Colorearlo.

6) Buscar los números primos correspondientes:
   - Dos números primos que restados den otro número primo
   - Tres números primos que sumados den otro número primo
   - Dos números pares y uno impar que sumados den un número primo

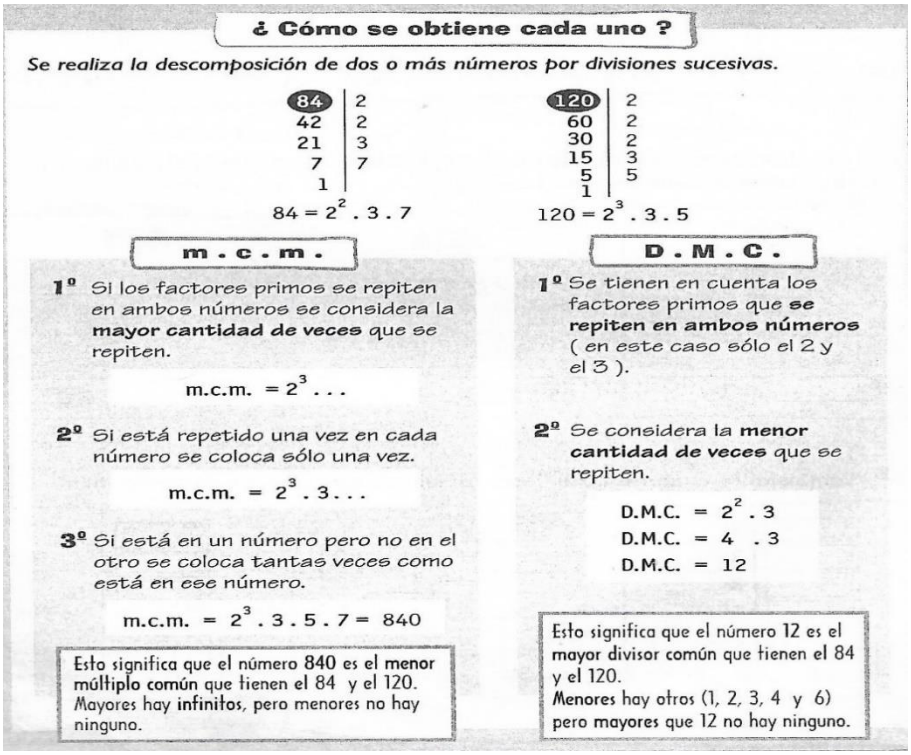
<u>Descomponer un número utilizando divisiones sucesivas</u>



7) Descomponer en sus factores primos dividiendo sucesivamente los siguientes números: 160, 380, 420, 126.

<u>Múltiplo Común Menor y Divisor Común Mayor</u>

Al descomponer dos o más números en sus factores primos podemos encontrar: el múltiplo común menor M.C.M. y el divisor mayor común D.M.C.



8) Descomponer en sus factores primos y buscar el M.C.M y D.M.C los siguientes números:
   - $(40; 75)$
   - $(105; 60; 45)$
   - $(420; 180)$
   - $(36;\ 150;\ 80)$
   - $(38; 82)$

9) Resolver los problemas aplicando M.C.M o D.M.C.
   a) Cuatro agencias de turismo realizan salidas programadas con destino a Ushuaia. Una sale cada 12 días, otra cada 8 días, la tercera cada 18 días y la última cada 15 días. A lo largo de 1 año, ¿coincidirán las cuatro agencias en un mismo día de partida?
   b) Una editorial decide donar a distintas bibliotecas 150 libros de aventuras, 200 de cuentos y 180 de fábulas. La idea es armar cajas con igual cantidad de libros en cada una poniendo el mayor número posible sin que sobre ninguno. ¿Cuántos libros habrá en cada caja? Si envían una caja a cada biblioteca, ¿cuántas se favorecerán?
   c) En un árbol de Navidad, las luces rojas prenden cada 6 segundos, las azules cada 8, y las verdes, cada 10. Acaban de prender juntas.
      a) Calcular cuántos segundos pasan hasta que vuelven a prender juntas….
         I. ……las rojas y las azules
         II. …...las rojas y las verdes
         III. ……las azules y las verdes
      b) ¿Cuánto tiempo pasa hasta que vuelven a prender juntos los tres colores?
      c) Si se pudiera agregar luces amarillas, ¿con cuál de los siguientes tiempos habría que programarlas para que también prendan cuando coinciden los otros tres colores? Explicar la opción elegida
         I. Con 14 segundos
         II. Con 18 segundos
         III. Con 20 segundos
      d) Julieta va a armar bolsitas iguales con caramelos para repartir en su cumpleaños.
         I. Si tiene 80 caramelos de ananá (A) y 96 de frutilla (F), ¿en cuántas bolsitas iguales puede repartir todos?
         II. ¿Cuál es la mayor cantidad de bolsitas que puede armar?

Unidad 1: Números Enteros

Actividad de Inicio

- Teniendo en cuenta las siguientes pistas y tomando al cero como nivel del mar, representar la situación:
  a) El pingüino se encuentra parado a 12 m sobre el nivel del mar.
  b) La ballena nada a 12 m bajo el nivel del mar.
  c) Un ave se encuentra a 27 m sobre el nivel del mar.
- En un edificio de departamentos hay 3 pisos para estacionamiento construidos debajo del nivel de la calle. La botonera del ascensor es como la del dibujo.

a) Emilia tomó el ascensor en el piso -2 y fue hasta el 5 piso. ¿Cuántos pisos subió?
b) Lucía subió 9 pisos en el ascensor y llegó a su departamento, que es en el 6°A ¿En qué piso lo tomó?

6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3

El conjunto de todos los números enteros está formado por los números naturales, el cero y los naturales negativos.

Para asignar números enteros a ciertas situaciones de la vida cotidiana es necesario establecer un punto de referencia (el cero) a partir del cual se asignan números positivos y negativos.

Ejercitación

1) En una evaluación la nota de aprobación es 6 (seis). A cada nota el profesor le asigna un número entero que indica cuántos puntos más, o menos, de la nota de aprobación tiene cada alumno. Completar:

Nombre	Nota	Número Entero
Agustín	8	
Macarena		+1
Nadia	2	
Guillermo		-3
Mailén	10	
Francisco		+3
Alicia	4	
Pablo		0
Natalia	5	
Fernanda		-5

2) El saldo de una caja de ahorro en un banco se calcula según los depósitos y las extracciones. Completar las siguientes tablas:

Saldo anterior	-$200
Depósito	$300
Saldo actual	

Saldo anterior	$600
Extracción	-$500
Saldo actual	

Saldo anterior	$800
Extracción	-$1000
Saldo actual	

Saldo anterior	-$100
Extracción	-$700
Saldo actual	

Saldo anterior	
Extracción	-$300
Saldo actual	$100

Saldo anterior	
Depósito	$500
Saldo actual	$200

3) Los siguientes fueron los hechos más importantes en la vida de Raúl: nació en 1958, terminó la escuela secundaria en 1976, se recibió de arquitecto en 1983, se casó en 1985, tuvo un hijo en 1992 y se divorció en 2000.

Consideren el año en que se recibió de arquitecto como referencia y asígnenle a cada acontecimiento de su vida un número entero que indique cuántos años antes o después ocurrió.

Nació ☐ Se casó ☐

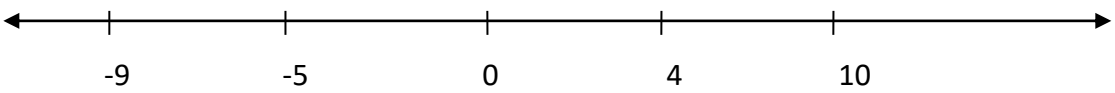
Terminó la secundaria ☐ Nació su hijo ☐

Se recibió de arquitecto ☐ Se divorció ☐

<u>Módulo o Valor absoluto</u>

El módulo o valor absoluto de un número es su distancia al cero en la recta numérica. El módulo de un número es una distancia y es siempre positivo. Al módulo de un número "n" se lo simboliza |n|.

|-9|=9 |10|=10



|-5|=5 |4|=4

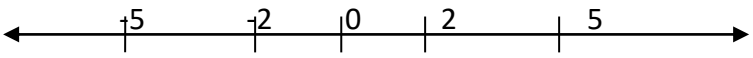
4) Completar esta tabla:

Número n	Opuesto (-n)	Valor absoluto |n|	Valor absoluto |-n|	Signo de n	Signo de (-n)
-5	+5	5	5	-	+
+16					
-90					
-105					
0					
+45					

<u>Números opuestos</u>

Dos números son opuestos cuando están a la misma distancia del 0, tienen el mismo módulo pero distinto signo. 7

2 y -2 son opuestos



5 y -5 son opuestos

5) Completar el siguiente cuadro:

Número	Siguiente	Anterior	Opuesto
-5			
	-1		
		-9	
			6
	0		
		-32	

6) Escribir todos los números que cumplen las siguientes condiciones:

a) Su número es cinco
b) Es positivo y su módulo es menor que cuatro
c) Es negativo y su módulo es menor que seis
d) Su módulo es menor que siete y mayor que tres

<u>Adición y sustracción</u>

Para sumar y restar números enteros, se realizan los siguientes procedimientos:

+8+3 =+11 → **si ambos números son positivos, se suman y la suma es positiva**

+6-10 = -4
-7+9 = +2 } **si tienen distinto signo, al de mayor módulo se le resta el de menor módulo y la suma lleva el signo del mayor de los números**

-5-2 = -7 → **si ambos son negativos se suman sus módulos y la suma es negativa**

7) Resolver las siguientes operaciones:

a) +8-10= d) -1-3= g) -3-6= j) -9+1=

b) -3+7= e) -9+2= h) +7-15= k) +3-13=

c) +11-20= f) 0-5= i) -6+11= l) -7-7=

8) Colocar el número natural que verifique las siguientes igualdades.

a) +……- 3= -1 d) -3-……. =-10 g) - …….+7= -3

b) -5+…… = +2 e) +…….-10= -8 h) -15+…… =+20

c) -……+6 = +4 f) -8+…… =+ 11 i) +……. -6= +14

9) Resolver las siguientes sumas algebraicas:

a) -9+5-8+10-3= c) 8-7+10-6+3-11=

b) -1+9+4+13-17-20+2= d) 15-23+11-34+19-34-27=

Supresión de paréntesis

Para suprimir un paréntesis, se debe tener en cuenta el signo que lo antecede:

- **Si es un signo +, los signos que están dentro del paréntesis NO CAMBIAN**

  + (+7)=+7 +(-6)=-6 +(-7+5) = -7+5 +(+3-8)= +3-8

- **Si es un -, los signos que están dentro del paréntesis CAMBIAN**

  -(+4) -4 -(-1)= +1 -(-3+9)= +3-9 -(+7-2)= -7+2

10) Suprimir los paréntesis, aplicar de ser posible la propiedad cancelativa y luego resolver:

a) – (+5)+ (-4)-(+3)+ (+5)- (-9)- (+8)=

b) -2-(+2-7+8) + (-7+3) – (-5)=

c) +8- (-6+ (-4+2)- 8-6) + (-10)=

d) – (+5-9- (-1-6+9) – 2+3) -7=

11) Completar el siguiente cuadro:

X	Y	Z	X+Y+Z	X-Y+Z	X-Y-Z	X+Y-Z	-X+Y-Z
-5	+3	+8					
+6	-1		-2				
-10		+6			-11		

Multiplicación y División

Para multiplicar o dividir dos números enteros, se consideran sus módulos, se opera y se coloca el signo teniendo en cuenta las siguientes reglas.

Si tienen igual signo, el resultado es positivo	**Si tienen distinto signo, el resultado es negativo**
$(+5).(+4) = +20$ $(+18):(+6) = +3$	$(+5).(-4) = -20$ $(+18):(-6) = -3$
$(-8).(-3) = +24$ $(-24):(-3) = +8$	$(-8).(+3) = -24$ $(-24):(+3) = -8$

12) Completar con el número entero que verifique las siguientes igualdades:

a) (-5).[ ] = -20 d)[ ](-7) = +3

b) [ ](-8) = +48 e) (+9).[ ]72

c) (+56):[ ]7 f) [ ]4) = -5

13) Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones:

a) (+5). (-2). (+3) = e) (+60): (-10): (+2) =

b) (-20): (+4). (-2) = f) 8-6). (+4): (-3). (-2) =

c) (+8). (-6): (-12) =

14) Resolver los siguientes cálculos combinados:

a) 8-24: (-1-5)+ (-20:4+7). (-7) = e) -6. (7-12)+15. (1-20:4)- (-13) =

b) -10+ (9.3-6.5).6 + (-15+6) = f) 12. (-3): (-4)+ (-5+7.2). (-3)+9 =

c) (14-8.3): (9-11)+ 100: (-8-2) = g) -15: (-7+12). (-12+8.2) – (5-11). (-3) =

d) (2+3. (-4)).2 +18: (2-4.2)= h) (9.3-6.6+8). 3+ (-15.3: (-5) -16). 4=

Potenciación y Radicación

La potenciación expresa una multiplicación de factores iguales y su resultado se denomina potencia.

2.2.2.2 = 2^4 ← **exponente** **$a^0 = 1$**

↓ **base**

Cuando la base es un número negativo, el signo de la potencia dependerá del exponente

$(-3)^2 = (-3).(-3) = +9$ Si el exponente es par, la potencia es positiva

$(-3)^3 = (-3).(-3).(-3) = -27$ Si el exponente es impar, la potencia es negativa

Importante: $(-2)^2 \neq -2^2 \begin{cases} (-2)^2 = (-2).(-2) = +4 \\ -2^2 = -2.2 = -4 \end{cases}$

Propiedad	Simbólicamente
Producto de potencias de igual base	$\boldsymbol{a^n.a^m = a^{n+m}}$
Cociente de potencias de igual base	$\boldsymbol{a^n : a^m = a^{n-m}}$
Potencia de otra potencia	$\boldsymbol{(a^n)^m = a^{n.m}}$
Distributiva respecto de la multiplicación	$\boldsymbol{(a.b)^n = a^n.b^n}$
Distributiva respecto a la división	$\boldsymbol{(a:b)^n = a^n : b^n}$
Exponente fraccionario	$\boldsymbol{a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}}$

La radicación se define como $\boldsymbol{\sqrt[n]{a} = b \text{ si se cumple que } b^n = a}$

índice ← n (radical), a (radicando)

$\sqrt[3]{-27} = -3 \; porque \; (-3)^3 = -27$ $\qquad$ $\sqrt[5]{-32} = -2 \; porque \; (-2)^5 = -32$

Las raíces $\sqrt{-4}$ y $\sqrt[4]{-81}$ no tienen solución en el conjunto de los números enteros.

Propiedad Distributiva	Raíz de raíz
$\boldsymbol{\sqrt[3]{8.(-27)} = \sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{-27} = 2.(-3) = -6}$ $\boldsymbol{\sqrt{100:25} = \sqrt{100}:\sqrt{25} = 10:5 = 2}$	$\boldsymbol{\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3.2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2}$

15) Reducir a la mínima expresión utilizando propiedades:

a) $a^3.a^2.a = d)(n^6)^2:(n^2)^5 =$

b) $(b^6.b^5):b^7 =$ $\qquad$ $e)(c^5.c)^3:(c^2.c^2)^4 =$

c) $(m^4.m)^2 = f)(s^3.s.s^5)^3 =$

16) Aplicar las propiedades y luego resolver:

a) $(-2)^2.(-2)^3 =$

b) $(-3)^5:(-3) =$

c) $((-2)^3)^3:(-2)^7 =$

d) $(-4)^5.(-4)^6:(-4)^8 =$

e) $((-5)^6.(-5))^2:(-5)^{11} =$

f) $((-3)^9.(-2)^8):((-3)^7.(-2)^5) =$

17) Calculá:

a) $\sqrt{400} =$

b) $\sqrt[3]{-1} =$

c) $\sqrt[3]{-27} =$

d) $\sqrt[5]{-32} =$

e) $\sqrt[3]{125} =$

f) $\sqrt[4]{81} =$

g) $\sqrt{36+64} =$

h) $\sqrt{36}+\sqrt{64} =$

i) $\sqrt{25-16} =$

j) $\sqrt{25}-\sqrt{16} =$

18) Resolver aplicando propiedades de la radicación:

a) $\sqrt{2}.\sqrt{2} =$

b) $\sqrt{8}.\sqrt{2} =$

c) $\sqrt{27}:\sqrt{3} =$

d) $\sqrt{20}.\sqrt{5} =$

e) $\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{4} =$

f) $\sqrt{\sqrt{16}} =$

g) $\sqrt[3]{5^3 =}$

h) $\sqrt{6}.\sqrt{3}.\sqrt{2} =$

i) $\sqrt{\sqrt{27}}.\sqrt[4]{3} =$

19) Problemas:

a) Buscar un número entero cuya raíz cúbica dé $-(-2)^2$

b) Buscar un número, al cual, sumándole la raíz cúbica de (-8), dé por resultado la raíz cúbica de (-64)

c) ¿Cuántos números enteros hay comprendidos entre 7 y la raíz cúbica de (-8)

d) Si a un número entero lo elevo al cubo y le sumo la mitad del cuadrado de -4, obtengo como resultado -19 ¿De qué número se trata?

20) Resolver los siguientes cálculos combinados:

a) $(-3).5-\sqrt{9}.(2)^3+3-(-5) =$

b) $7-(-8).(-5)+16:(-4)+5^2-(3-5)^3 =$

c) $\sqrt[3]{-8}.5+42:(-7)-4.(-2).(-3)+\sqrt{(-5)^2}+(-5) =$

d) $(-3.4+9)^3+\sqrt{10^2-8^2}-6^0 =$

e) $\sqrt[3]{18:(-3)-2}+(-5^2+7^0):4 =$

f) $-36:3^2+\sqrt{294}:\sqrt{6}+3-7.2 =$

g) $3^7:3^5-(32:2^4-10).2+\sqrt{289} =$

h) $\sqrt{28}.\sqrt{7}+(-16:2+3).\sqrt[3]{64}-(-2)^3 =$

i) $(-4^2:2-1)^3:3^2+\sqrt{162}:\sqrt{2}+(-5)^2 =$

j) $\sqrt{-7.(-2)^3+(-5)^2}-(-15:3-5^2) =$

k) $\sqrt{6}.\sqrt{2}.\sqrt{27}+(-7)^5:(-7)^3-11^2 =$

Lenguaje Simbólico

Es un lenguaje específico formado por números, letras, operaciones, relaciones, conectivos, etc. El lenguaje que utiliza cotidianamente se denomina lenguaje coloquial. Ejemplos:

Cinco es menor que ocho: $5 < 8$

La suma de dos números es diez: $n+m = 10$

El producto de dos números es mayor que cero: $a.b > 0$

1) Expresar en lenguaje simbólico y resolver:

a) La suma entre ocho y menos diez
b) La diferencia entre cinco y doce
c) El módulo de menos trece
d) El siguiente de menos dos
e) El producto entre menos cinco y ocho
f) El anterior de menos nueve
g) El cociente entre veinte y menos cuatro
h) L diferencia entre seis y menos tres
i) El cuadrado de menos ocho
j) El cubo de menos siete
k) El cuadrado de la diferencia entre uno y cuatro
l) El cubo de la suma entre cuatro y menos ocho
m) La suma de los cuadrados de tres y cuatro
n) La diferencia de los cubos de dos y tres

2) Expresar en lenguaje simbólico:

a) El siguiente de un número
b) La suma de dos números consecutivos
c) Un número par
d) Un número impar
e) El anterior de un número
f) Un múltiplo de 3
g) La mitad de un número
h) La tercera parte de un número
i) El cuadrado del consecutivo de un número
j) El consecutivo del cuadrado de un número
k) El triple del consecutivo de un número
l) La cuarta parte del anterior de un número
m) El anterior de la cuarta parte de un número
n) El siguiente del doble de un número

3) Completar con el número que corresponde en cada caso.

a.b = 20 ^ a= -5 ➡ b=

a) |a| = 7 ^ a < 0 ➡ a= ☐

b) a – b = 7 ^ a= 2 ➡ b= ☐

c) a:b = 1 ^ a= -6 ➡ b= ☐

d) a.b = 0 ^ a = -5 ➡ b= ☐

e) a+b = 12 ^ a = 20 ➡ b= ☐

<u>Ecuaciones</u>

Una ecuación es una igualdad donde hay por lo menos un valor desconocido (incógnita). El o los valores que verifican la igualdad forman el conjunto solución de la ecuación.

$$3x + 5 = 17 \rightarrow \textbf{El número que verifica la ecuación es } 4\textbf{, entonces el conjunto solución es s} = \{4\}$$

$$x + 1 = x \rightarrow \textit{Ningún número verifica la ecuación } s = \emptyset$$

$$x + x = 2x \rightarrow \textit{Cualquier número entero verifica la ecuación } S = \mathbb{Z}$$

Para escribir una ecuación simbólicamente dado un enunciado expresado coloquialmente se puede proceder de la siguiente forma:

Lenguaje simbólico	Lenguaje coloquial
María gasta $115 de sus horros en un cd, la madre le da $30 por ayudarla. Luego gasta $20 en una gaseosa. Finalmente le quedan $50. ¿Cuánto dinero tenía al principio?	x-115+30-20=50

Si resolviéramos el problema paso a paso:

La incógnita es el dinero que tenía al principio	X
Gasta $115 en el CD. Como gasta lo restamos a los ahorros	x-115
Le dan $30. Como aumenta sus ahorros lo sumamos	x-15+30
Vuelve a gastar $20. Como gasta, lo restamos.	x-15+30-20
AL final le quedan $50, entonces lo igualamos a 50	x-115+30-20=50

Lenguaje simbólico	Lenguaje coloquial
Al doble de un número se lo disminuye en 4 unidades. Al resultado se lo multiplica por (-3) y se obtiene como resultado 30. ¿De qué número se trata?	(2x-4). (-3)=30

Si la incógnita es un número X, el doble de ese número es	**2.x**
Disminuir significa restar 4	**2.x-4**
Al resultado lo multiplico por (-3). Entonces hay que colocarle paréntesis a la resta, de lo contrario se estaría multiplicando sólo al 4.	**(2.x-4). (-3)**
El resultado de la cuenta es 30. Por lo tanto se iguala a 30	**(2.x-4). (-3) = 30**

4) A resolver con más de una incógnita:

a) 2x-7= 5x+2 e) x+8= 2x-8+3x

b) 3+4x= 4x-5 f) x+2x-2=3x-2

c) -3x+6= x-10 g) -9-7x= 6-2x-10

d) 5x-2x+1= x-11 h) -4x+3-7x= -9-8x

5) Hallar el conjunto solución aplicando previamente la propiedad distributiva

a) 5.(x+3) = 2x-3 f) 3x-12:3+2+3.(x-1)= 19

b) 7.(x-2) = 3.(x+2)= g) (9x-6):3 +2 = 13

c) 2.(2x-1) = 7.(x+1) h) 19x+17+3.(2x-1) = x-10

d) 2.(x+5) -3x = x+18 i) 3x+2-2.(2x-3) = x-2

e) 3x+5.(1+2x) = 10.(x-2) j) 2.(3x-15)-4x+20 = 2

6) Plantear la ecuación y resolver

a) La suma de un número y su consecutivo es treinta y cinco. ¿Cuáles son los números?

b) El doble de un número es igual a la tercera parte de setenta y dos ¿Cuál es el número?

c) La suma de un número y su anterior es cuarenta y cinco. ¿Cuáles son los números?

d) La tercera parte de un número es igual al cuadrado de tres. ¿Cuál es el número?

e) El doble del anterior de un número es noventa y seis. ¿Cuál es el número?

f) El anterior del cuádruple de un número es setenta y cinco. ¿Cuál es el número?

g) El doble del siguiente de un número es igual al triple de su anterior. ¿De qué número se trata?

h) La suma del triple de un número y el triple de su consecutivo es ochenta y uno. ¿Cuál es el número?

7) Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones.

$a)\ 2x^2 - 5 = 67$

$b)\ \sqrt[3]{5x+7} = 3$

$c)\ (x+2)^2 = 16$

$d)(2x-1)^3 = -125$

$e)\sqrt{3x-6} = 6$

$f)\ 2.(x+7)^2 = 242$

$g)\ 3.(x+1)^2 = 147$

$h)\ \sqrt[3]{7x-1} + 4 = 0$

$i)\ (3x)^2 : 8 + 2 = 2$

8) Plantear simbólicamente y luego resolver.

a) El siguiente del cuadrado de un número negativo es cincuenta. ¿Cuál es el número?

b) El anterior del cubo de un número es menos nueve. ¿De qué número se trata?

c) Si el cuadrado del anterior de un número positivo es cien. ¿Cuál es el número?

d) Si el cubo del siguiente de un número es menos ocho. ¿Cuál es el número?

e) El doble del cuadrado de un número negativo es cincuenta. ¿Cuál es el número?

9) **<u>Problemas con ecuaciones</u>**

a) El cuádruplo de la edad de Laura hace 2 años es igual al doble de la edad que tendrá dentro de 10 años. ¿Qué edad tiene Laura?

b) La edad de Marcela es el quíntuplo de la edad de Paula. Si la suma de las edades es 78. ¿Cuál es la edad de cada una de ellas?

c) Se distribuyen 360 figuritas en 3 paquetes. Se sabe que el segundo paquete tiene el doble de figuritas que el primero y el tercer paquete tiene el triple de figuritas que el segundo paquete. ¿Cuántas figuritas fueron colocadas en cada paquete?

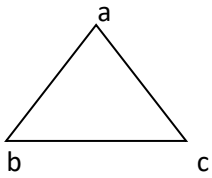
d) Pablo tiene 3 años menos que Ariel y Tomás tiene el doble de la edad que Ariel. Si las tres edades suman 33 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

e) El perímetro de un rectángulo es 32cm y la base es 2cm mayor que la altura. Calcular la superficie del rectángulo.

f) La base y la altura de un rectángulo miden 4x-1 y 2x+3 respectivamente. Si el perímetro es 52cm. ¿Cuál es la superficie del rectángulo?

g) El perímetro de un triángulo isósceles es 30cm. La base mide 3cm menos que cada uno de los lados iguales. Hallar la longitud de cada lado.

h) Plantear y resolver las ecuaciones para hallar el perímetro de las figuras

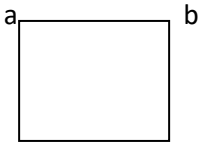


abc triángulo equilátero

ab = 2x+10cm

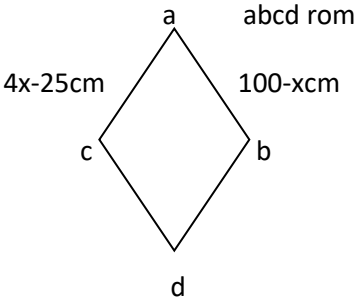
bc = 3x+2cm

abcd cuadrado



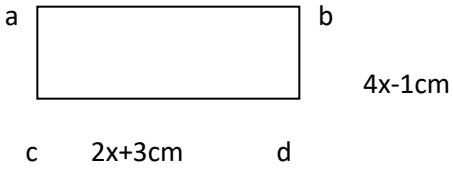
ab= x+75cm

cd=5x-25cm



abcd rombo

abcd rectángulo



Trabajo Práctico N°1

1) El coloso de Rodas y el templo de Artemisa, que se encontraban en Grecia, eran dos de las Siete Maravillas del mundo antiguo. El coloso se terminó de esculpir en el año 280 a.C. y un terremoto lo destruyó 56 años después. El templo de Artemisa fue construido en el año 350 a. C. y los godos lo destruyeron en el año 262 a.C. ¿Cuál se mantuvo más tiempo en pie? ¿Cuántos años más?

2) Ubiquen en la recta numérica los siguientes números enteros: $-30;\ |-6|; 18;\ -42$. Marquen con color el opuesto de cada uno de ellos.

3) Completen con $>, <, =$

a) $-5 \ldots\ldots . -8$

b) $9 \ldots\ldots . |-9|$

c) $-32 \ldots\ldots -35$

c) $-5 \ldots\ldots . . -|5|$

d) $|-8| \ldots\ldots -9$

e) $-567 \ldots\ldots . . -420$

4) Resolver las siguientes operaciones combinadas:

a) $(-6+3.5-1)^2+\sqrt[3]{-3}.\sqrt[3]{72}+(-5)^3=$

b) $\sqrt[3]{-27}+3^4-\left[4-(2-4)^5+\sqrt{100}\right]-(-1)^6=$

c) $\sqrt{3}.\sqrt{12}+(-2)^4-8^2:(-4).(-3)=$

d) $\sqrt{17.15+8^0}-(-5)^7:(-5)^5-(8-7.3)=$

5) Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $7x+3x=2.(x+4)$

b) $(-12x+6):6=2.(x-6)-3$

c) $2.(x-5)-4.(3x-4)=-5x-9$

d) $2\mathrm{x}^2-6=156$

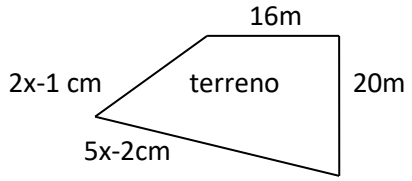
e) $\sqrt[3]{2x-1}=3$

f) $(x-9)^3:24=9$

6) Plantear las ecuaciones y resolver las situaciones:

a) La suma entre el cuadrado de un número y el opuesto de doscientos sesenta y ocho es igual al cuádruple de cincuenta y cuatro. ¿Cuál es el número?

b) La figura es el esquema de un terreno al que se lo quiere alambrar con tres vueltas de alambre. El dueño compró el alambre que cuesta \$0,50 el metro y gastó \$84. Calcular el perímetro de la figura.

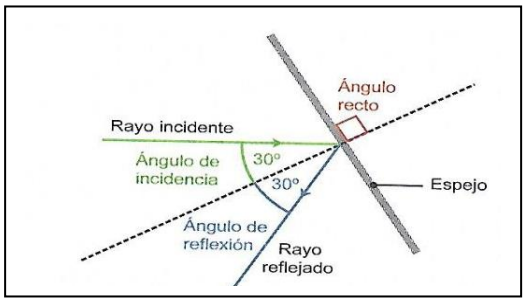


Unidad Nº 2: Ángulos

Actividad de Inicio

Cuando un rayo de luz incide sobre un espejo plano, se refleja, pero no de cualquier manera: el ángulo con el que sale del espejo mide lo mismo que el ángulo con el que llegó. Los ángulos de incidencia y de reflexión se miden respecto de la recta que está dibujada con línea punteada en el esquema.

a) ¿Cómo son entre sí la línea punteada y la superficie del espejo?
b) ¿Cuánto le falta el ángulo de incidencia para ser recto?
c) ¿Y al ángulo de reflexión para ser llano?
d) ¿Qué elemento tienen en común los ángulos de incidencia y de reflexión?



Entes geométricos fundamentales

Punto: es un objeto geométrico. La huella que deja un lápiz sobre una hoja de papel nos sugiere la idea de un punto. Tiene dimensión topológica cero, es decir, es sólo una posición en el espacio. Se acostumbra denotar los puntos con letras minúsculas.

Recta: es un objeto geométrico. Se puede entender como una sucesión indefinida de puntos que se prolongan en una misma dirección. Una recta no tiene ni principio ni final. Tiene dimensión topológica 1(uno), es decir, largo...

Se clasifican en: paralelas, perpendiculares y secantes.

Dos rectas contenidas en un plano, son paralelas cuando no se cortan, es decir que no tienen ningún punto en común.

Dos rectas perpendiculares son aquellas que, al cortarse, formas cuatro ángulos rectos.

Dos rectas son secantes cuando se cortan formando cuatro ángulos.

Dos rectas son alabeadas (o coplanares) son aquellas que se encuentran en diferentes planos, es decir, no son paralelas ni se intersecan

Semirrecta: es una porción de una recta que tiene un punto de inicio y no tiene sentido, por lo tanto, no tiene fin.

Segmento: Es una porción de una recta que tiene principio y fin.

Plano: Es un objeto geométrico. La imagen de una hoja de papel que se extiende indefinidamente en todas sus direcciones nos da la idea de plano. Un plano tiene dos dimensiones, largo y ancho. El plano no tiene límites y sólo podemos representar una parte de él.

Postulados

Es aquella expresión que presenta una verdad sin demostraciones ni evidencias, pero que es admitida aún pese a la falta de pruebas. La aceptación del postulado está dada por la inexistencia de otras expresiones a las que pueda referirse y por la necesidad de emplearlo en un razonamiento posterior.

Postulado 1: "Existen infinitos puntos, infinitas rectas e infinitos planos"

Postulado 2: "Por un punto pasan infinitas rectas"

Postulado 3: "Por una recta pasan infinitos planos"

Postulado 4: "Dos puntos determinan una recta a la cual pertenecen"

Postulado 5: "A una recta pertenecen infinitos puntos y existen también infinitos puntos que no pertenecen a ella"

Postulado 6: "Una recta y un punto fuera de ella determinan un plano al cual pertenecen"

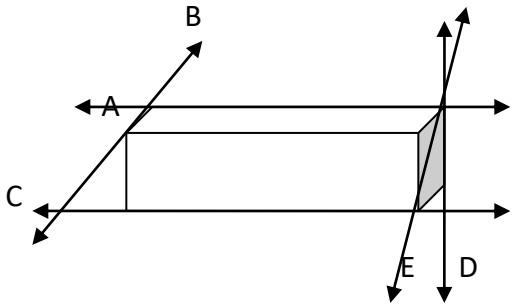
Postulado 7: "La recta determinada por dos puntos de un plano pertenece a dicho plano"

Postulado 8: "A un plano pertenecen infinitos puntos y existen también infinitos puntos fuera de él"

Ejercitación

1) Nombrar dos rectas que cumplan las condiciones indicadas en cada caso.

a) Dos rectas perpendiculares
b) Dos rectas paralelas
c) Dos rectas oblicuas



2) Pintar con el color indicado en cada caso:

a) Azul: dos planos paralelos
b) Rojo: dos planos perpendiculares

3) Marcar con una X la respuesta correcta. Justificar.

a) ¿Cuántas rectas se pueden trazar por un punto?

Una ☐ Finitas ☐ Infinitas ☐

b) ¿Cuántos planos se puede trazar por un punto?

Ninguno ☐ Finitas ☐ Infinitas ☐

c) ¿Se puede trazar más de una recta por dos puntos distintos?

Sí ☐ No ☐

d) ¿Cuántos planos se pueden trazar por dos puntos distintos?

Una ☐ infinitas ☐ Infinitas ☐

e) ¿Se pueden tener más de una recta que interseque a un plano en un punto?

Sí ☐ No ☐

f) ¿Cuántos planos pueden intersecar a una recta en un punto?

Ninguno ☐ Finitas ☐ Infinitas ☐

g) ¿Es posible que dos planos se intersequen en un punto solamente?

Sí ☐ No ☐

h) ¿Cuántos puntos contiene una recta?

Una ☐ Finitas ☐ Infinitas ☐

i) ¿Cuántas rectas contiene un plano?

Una ☐ Finitas ☐ Infinitas ☐

j) ¿Pueden dos planos contener a la misma recta?

Sí ☐ No ☐

k) ¿Pueden tres planos coincidir en un plano solamente?

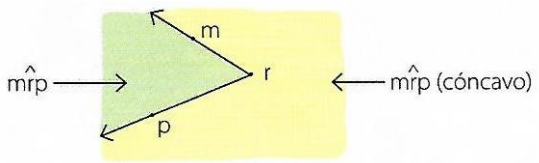
Sí ☐ No ☐

<u>Ángulos cóncavos y convexos</u>

Un ángulo es la región del plano delimitada por dos semirrectas de origen en común.

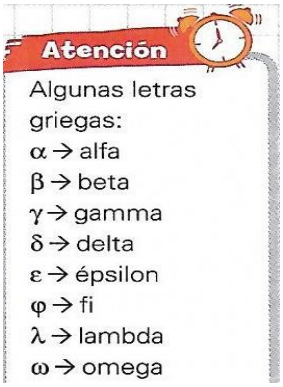
El plano queda dividido en dos ángulos: uno cóncavo y el otro convexo.

Un ángulo es cóncavo cuando su amplitud es mayor que 180° y menor que 360°, si es menor a 180° es convexo.



Los ángulos convexos también se clasifican según su amplitud.

Amplitud	Clasificación
$\propto = 0°$	**Nulo**
0°<α<90°	**Agudo**
α=90°	**Recto**
90°<α<180°	**Obtuso**
$\propto = 180°$	**Llano**
$\propto = 360°$	**Un giro**

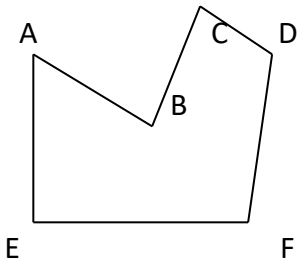


4) Escribir la clasificación de loa ángulos interiores de las siguientes figuras.

A = D=

B= E=

C= F=



5) Escribir la clasificación de los siguientes ángulos convexos.

a) môp →

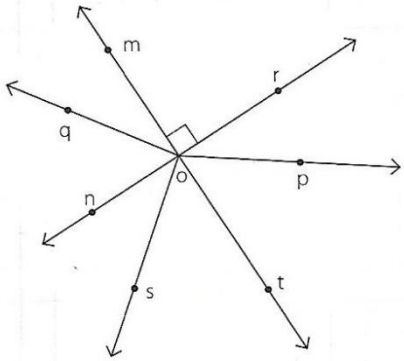
b) tôs →

c) nôr →

d) rôt →

e) qôp →

f) sôs →



6) Resolver las siguientes operaciones con ayuda de calculadora.

a) 32°16'39" :3=

b) 4. 16°45'57" =

c) (104° -61° 21'36") :6=

d) 142°29'10" :5 + 35°48'23" =

e) 76°17'24" – 3.19° 52'38" =

f) 13°38" .6 + 82°11' :4 =

<u>ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS, SUPLEMENTARIOS Y OPUESTOS POR EL VÉRTICE</u>

- Dos ángulos son complementarios cuando la suma de sus amplitudes es igual a un ángulo recto, es decir, 90°

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90° \hat{\alpha}\ y\ \hat{\beta}$ → son complementarios → $\hat{\alpha}$ es el complemento de $\hat{\beta}$

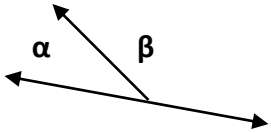
→ $\hat{\beta}$ es el complemento de $\hat{\alpha}$

- Dos ángulos son suplementarios cuando la suma de sus amplitudes es igual a un ángulo llano, es decir, 180°

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180° \hat{\alpha}\ y\ \hat{\beta}$ → son suplementarios → $\hat{\alpha}$es el suplemento de $\hat{\beta}$

→ $\hat{\beta}$es el suplemento de $\hat{\alpha}$

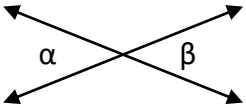
- Dos ángulos son adyacentes cuando tienen un lado en común y sus otros dos lados son semirrectas opuestas. Los ángulos adyacentes son suplementarios, es decir, suman 180°



$\widehat{\alpha}$ y $\widehat{\beta}$ son adyacentes

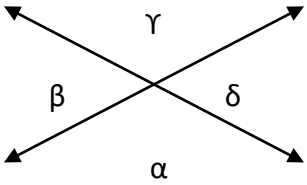
- Dos ángulos son opuestos por el vértice cuando sus lados son semirrectas opuestas. Estos ángulos son iguales.

$\hat{\alpha}\ y\ \hat{\beta}$ son puestos por el vértice



<u>Ejemplo</u>: Hallar el valor de los ángulos, justificando en cada caso:

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x \\ \hat{\beta} = 3x - 10° \end{cases}$$



$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$ por ser ángulos suplementarios

$2x + 3x - 10° = 180°$ $\qquad$ $\hat{\alpha} = 2.38° = 76°$

$2x + 3x = 180° + 10°$ $\qquad$ $\widehat{\beta} = 3.38° - 10° = 104°$

$5x = 190\ °$ $\qquad$ $\hat{\gamma} = \hat{\alpha}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\gamma} = 76°$

$x = 190°: 5$ $\qquad$ $\hat{\delta} = \hat{\beta}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\delta} = 104°$

$x = 38°$

7) Planteen la ecuación y calculen el valor de $\hat{\alpha}$

a) El triple del complemento de $\hat{\alpha}$ es igual al suplemento de $\hat{\alpha}$
b) El complemento de $\hat{\alpha}$ es igual al suplemento del triple de $\hat{\alpha}$
c) El quíntuple del complemento de $\hat{\alpha}$ es igual al suplemento de la mitad de $\hat{\alpha}$

8) Dados los siguientes ángulos:

$\hat{\alpha} =$ = 34°

$\hat{\beta} =$ = 120

$\hat{\gamma} =$ = 68°

$\hat{\delta} =$ = 25°

Hallar: a) el complemento de $\hat{\alpha}$

b) El suplemento de $\hat{\beta}$

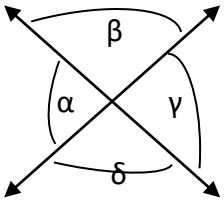
c) La mitad del suplemento de $\hat{\gamma}$

d) El duplo del suplemento de $\hat{\delta}$

e) La tercera parte de la suma de $\hat{\alpha}, \hat{\beta}\ y\ \hat{\gamma}$

f) La cuarta parte de la diferencia entre $\hat{\beta}\ y\ \hat{\delta}$

9) Calcular la amplitud de todos los ángulos de cada figura. Justificando en cada caso.



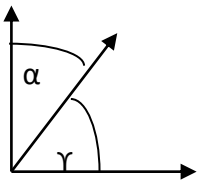
a) Si α =30°

b) β = 113°

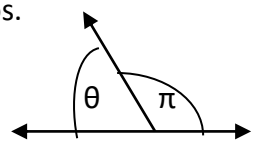
c) γ= 54°

10) Hallen el valor de cada uno de los siguientes ángulos.

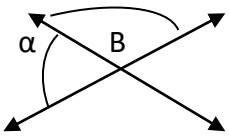
$$\begin{cases} \hat{\gamma} = 3x - 10° \\ \hat{\alpha} = x + 20° \end{cases}$$



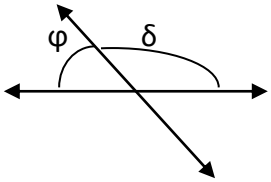
$$\begin{cases} \hat{\theta} = 9x - 20° \\ \hat{\pi} = 6x + 5° \end{cases}$$



$$\begin{cases} \hat{\alpha} = x + 15° \\ \hat{\beta} = 2x \end{cases}$$

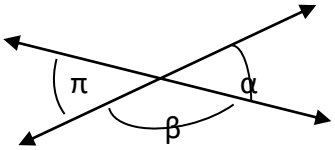


$$\begin{cases} \hat{\varphi} = 3x + 28° \\ \hat{\delta} = 5x + 88° \end{cases}$$

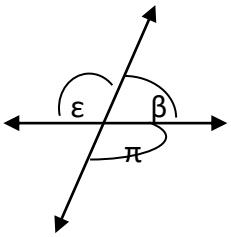


11) Determinar en cada caso el valor de los ángulos faltantes:

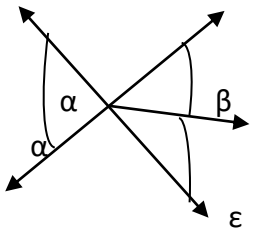
$a)$ $\begin{cases} \hat{\alpha} = 5x - 15° \\ \hat{\pi} = 3x + 19° \end{cases}$



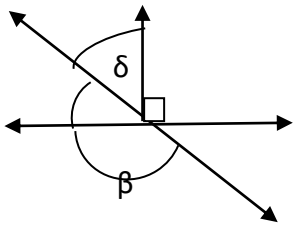
b) $\begin{cases} \hat{\varepsilon} = 2x - 10° \\ \hat{\beta} = 3x - 75° \end{cases}$



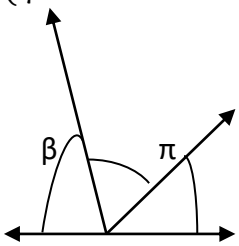
$c)\begin{cases}\hat{\alpha}= 4x+10°\\ \hat{\beta}=2x+10°\\ \hat{\varepsilon}=x+25°\end{cases}$



d) $\begin{cases}\hat{\beta}=6x+30°\\ \hat{\delta}=3x+15°\end{cases}$



e) $\begin{cases}\hat{\beta}=2x\\ \hat{\pi}=6x\\ \hat{\mu}=x\end{cases}$



<u>ÁNGULOS ENTRE PARALELAS</u>

Cuando dos rectas son cortadas por un tercera, llamada secante o transversal, quedan determinados ocho ángulos; tales que, según su posición con respecto a las rectas, se reúnen en grupos de ángulos que reciben las siguientes denominaciones:

<u>Ángulos interiores</u>: se llaman así a los cuatro ángulos situados en la zona comprendida entre las dos rectas A y B. En la figura los ángulos interiores son: $\hat{\delta}, \hat{\gamma}, \hat{\pi}, \hat{\varepsilon}$

<u>Ángulos exteriores</u>: se llaman así a los cuatro ángulos no interiores. En la figura los ángulos exteriores son: $\hat{\alpha},\ \hat{\beta},\ \hat{\varphi},\ \hat{\sigma}$

<u>Ángulos correspondientes</u>: se llaman así a los pares de ángulos no adyacentes, uno interior y uno exterior, situados en el mismo semiplano con respecto a la recta secante. Su postulado dice que los ángulos correspondientes entre paralelas son iguales, ejemplo: $\hat{\beta}=\hat{\varepsilon}$; $\hat{\delta}=\hat{\alpha}$; $\hat{\alpha}=\hat{\pi}$; $\hat{\gamma}=\hat{\varphi}$

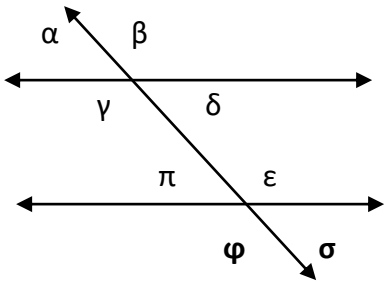
<u>Ángulos alternos</u>: se llaman así a los pares de ángulos no adyacentes situados en distintos semiplanos con respecto a la transversal. Su postulado dice que los ángulos alternos son iguales. Se dividen en:

- Internos: si ambos ángulos son interiores $\hat{\delta}=\hat{\pi}$; $\hat{\gamma}=\hat{\epsilon}$
- Externos: si ambos ángulos son exteriores $\hat{\beta}=\hat{\varphi}$; $\hat{\alpha}=\hat{\sigma}$

<u>Ángulos conjugados</u>: se llaman así a los pares de ángulos situados en un mismo semiplano con respecto a la transversal. Su postulado dice: los ángulos conjugados son suplementarios, o sea, suman 180°. Se dividen en:

- **Internos:** si ambos ángulos son interiores $\hat{\delta}+\hat{\epsilon}=180°$; $\hat{\gamma}+\hat{\pi}=180°$
- **Externos:** si ambos ángulos son exteriores $\hat{\beta}+\hat{\sigma}=180°$; $\hat{\alpha}+\hat{\varphi}=180°$

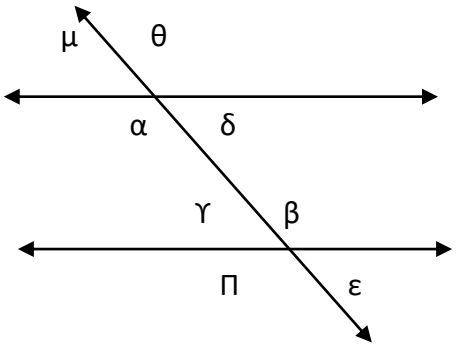
A//B y C transversal



Ejemplo: Calcular los ángulos señalados y justificar.

A\\ B

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 3x - 20° \\ \hat{\beta} = 2x + 10° \end{cases}$$



Resolución: $\widehat{\alpha} = \hat{\beta}$ por ser alternos internos

$3x - 20° = 2x + 10$ °$\hat{\alpha}$ = 3.30°-20° = 70°

$3x - 2x = 10° + 20$ °$\hat{\beta}$= 2.30°+10° = 70°

$x = 30°$

$\hat{\alpha} = \hat{\delta}$ = 180° por ser suplementarios, entonces $\hat{\delta}$ = 110°

$\hat{\delta} = \hat{\gamma}$ por ser alternos internos, entonces $\hat{\gamma}$= 110°

$\hat{\alpha} = \hat{\theta}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\theta}$ = 70°

$\hat{\delta} = \hat{\mu}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\mu}$ = 110°

$\hat{\theta} = \hat{\pi}$por ser alternos externos, entonces $\hat{\pi}$ = 70°

$\hat{\mu} = \hat{\epsilon}$ por ser alternos externos, entonces ε = 110°

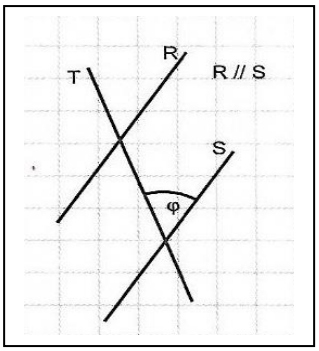
12) Dado el siguiente gráfico:

a) Marcar en el dibujo los ángulos que se indican.

$\hat{\alpha}$ *alterno interno de* $\hat{\varphi}$

$\hat{\beta}$ *correspondiente de* $\hat{\varphi}$

$\hat{\varepsilon}$ *alterno externo de* $\hat{\beta}$



b) Completar:

$\hat{\beta} = \hat{\varphi}$ por ser correspondientes entre paralelas.

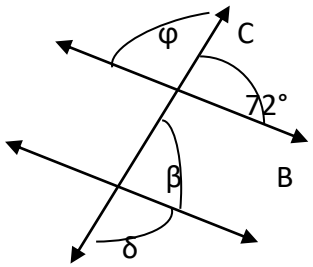
$\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ por ser ……..

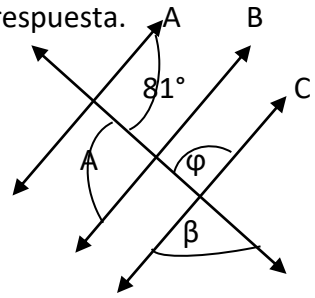
$\hat{\varepsilon} = \hat{\alpha}$ por ser ……

c) Al sumar las amplitudes de $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\varepsilon}$ *y* $\hat{\varphi}$ se obtienen 208°. ¿Cuánto mide cada uno de esos ángulos? Mostrar razonamiento.

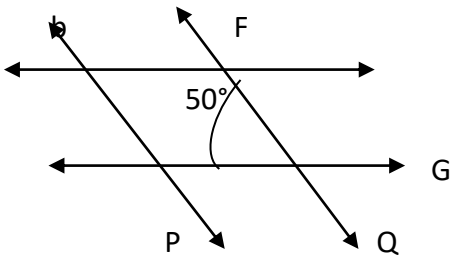
d) Escribir las amplitudes de los otros cuatro ángulos faltantes

13) Hallar la amplitud de $\hat{\beta}$, $\hat{\delta}$ y $\hat{\varphi}$ justificando la respuesta.



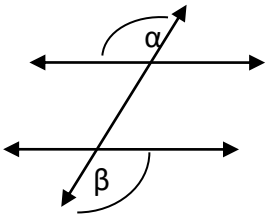


14) Las rectas P y Q son paralelas. Las rectas F y G también son paralelas. Averiguar cuál es la amplitud del ángulo b.

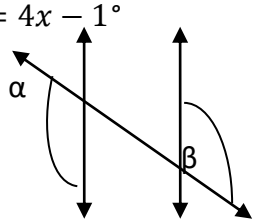


15) Plantear la ecuación y hallar α y β

a) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 4x + 21° \\ \hat{\beta} = 7x - 48° \end{cases}$

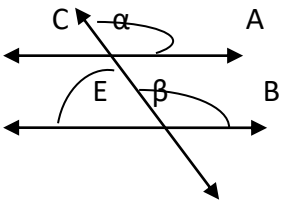


b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 5x - 8° \\ \hat{\beta} = 4x - 1° \end{cases}$

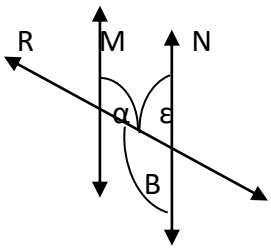


16) Calculen el valor de α, β y ε en cada uno de los siguientes casos. Justificar.

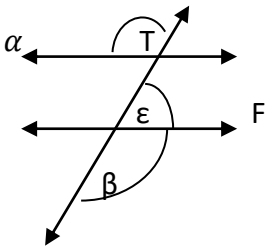
A\\B $\begin{cases} \hat{\alpha} = 3x + 10° \\ \hat{\beta} = 5x - 50° \end{cases}$



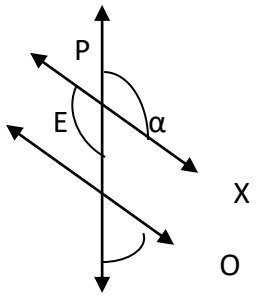
M\\N $\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 20° \\ \hat{\varepsilon} = 3x - 40° \end{cases}$



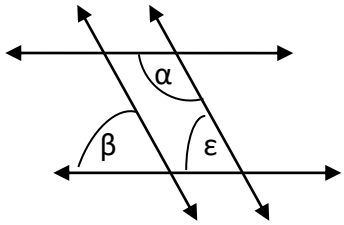
T\\F $\begin{cases} \hat{\beta} = 4x + 12° \\ \hat{\alpha} = 3x + 40° \end{cases}$



X\\O $\begin{cases} \hat{\alpha} = 5x + 50° \\ \hat{\beta} = 7x - 14° \end{cases}$



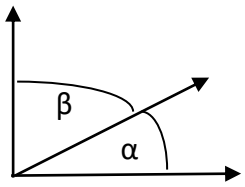
p\\R y N\\S $\begin{cases} \hat{\alpha} = x + 30° \\ \hat{\varepsilon} = 2x - 60° \end{cases}$



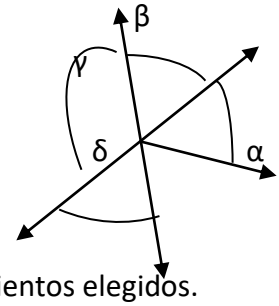
Trabajo Práctico Nº2

1) Completen con ´´**a veces**´´, ´´**siempre**´´ o ´´**nunca**´´ según corresponda:
   a) Los ángulos complementarios ……suman 90°
   b) Los ángulos consecutivos……son adyacentes
   c) Los ángulos complementarios ……..son consecutivos
   d) Los ángulos adyacentes……son complementarios
   e) Los ángulos opuestos por el vértice……..son iguales
   f) Los ángulos suplementarios……..suman 90°
2) Completen con ´´**a veces**´´,´´**siempre**´´ o ´´**nunca**´´ según corresponda:
   a) Los ángulos correspondientes entre paralelas……son congruentes
   b) Los ángulos alternos ……..son suplementarios
   c) Los ángulos alternos……son adyacentes
   d) Los ángulos alternos……son congruentes
   e) Los ángulos conjugados……son suplementarios
3) Calculen la medida de todos los ángulos faltantes. Expliquen los procedimientos elegidos.

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 10° \\ \hat{\beta} = 3x - 25°15´ \end{cases}$$



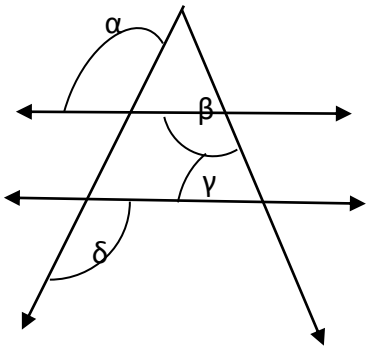
$$\begin{cases} \hat{\gamma} = 2x + 48°23´ \\ \hat{\alpha} = 3x - 25°15´ \end{cases}$$



4) Calculen la medida de cada ángulo faltante. Expliquen los procedimientos elegidos.

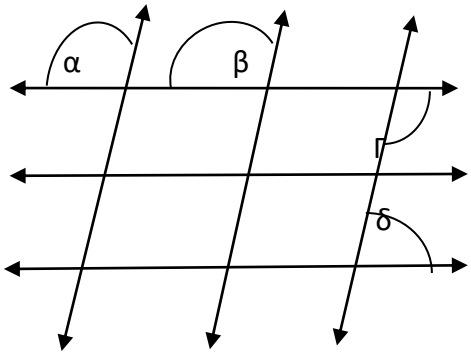
A // B

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 4x + 25° \\ \hat{\beta} = 6x - 8° \\ \hat{\delta} = 3x + 45° \end{cases}$$



A // B // C y D // E // F

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 3x + 40° \\ \hat{\delta} = x + 52° \end{cases}$$



Unidad Nª3: Números Racionales

Actividad de Inicio

En un sitio de internet, Ale encontró esta información: “En el oeste de nuestro país hay montañas muy altas. ¿Sabías que se pueden encontrar 88 picos con alturas superiores a los 5000 metros? De ellos, 21 están en la provincia de Catamarca, 12 en Mendoza y 8 en La Rioja. Otra curiosidad: en la República Argentina se encuentran 9 de los 10 volcanes más altos del planeta, y comparte 6 de ellos con Chile”

Responder de acuerdo con la información anterior.

- ¿Qué fracción de los picos con alturas superiores a 5000m se encuentra en la provincia de Mendoza? ¿Y en La rioja?
- ¿Qué fracción de esos picos no se encuentra en la provincia de Catamarca?
- Rodear la fracción de volcanes más altos del planeta que no se encuentra en Argentina.

$$\frac{1}{10}\ \frac{6}{10}\ \frac{9}{10}$$

Números Racionales

Un número es racional cuando puede ser expresado como un cociente entre dos números enteros. Los números que pueden escribirse como fracción se llaman racionales.

Las fracciones son una forma de expresar un número racional. El denominador indica el número de partes iguales en que se divide el entero y el numerador cuántas de esas partes se deben considerar.

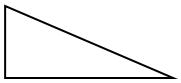
Al dividir el numerador de una fracción por el denominador, se obtiene la expresión decimal de la fracción, que puede ser exacta o periódica.

Expresión decimal exacta: el resto de la división es 0.

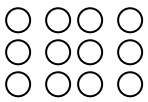
Expresión decimal periódica: los restos comienzan a repetirse sin anularse; la división no termina. Las cifras decimales que se repiten indefinidamente forman el período, que se señala con un arco.

1) Dibujar en cada caso la figura unidad, teniendo en cuenta la información:

Son $\frac{2}{3}$ de la unidad

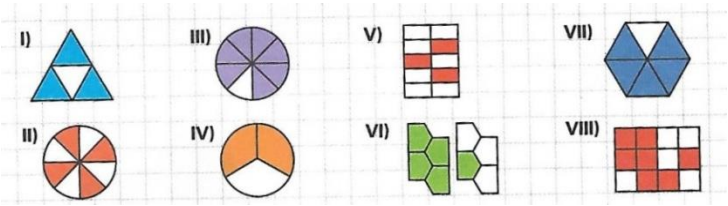


Es $\frac{1}{4}$ dela unidad



Son $\frac{3}{2}$ de la unidad

2) a) Escribir qué fracción representa la parte coloreada en cada caso.



b) ¿Alguna se puede escribir como número mixto?

c) Escribir la expresión decimal de cada una de las ocho fracciones.

3) Considerando la fracción $\frac{9}{4}$, marcar con una cruz la opción correcta:

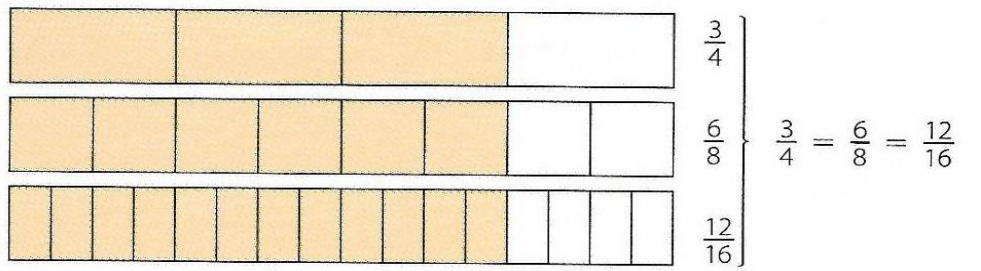
a) Para llegar a 3 le falta: 3,4 1,25 $\frac{3}{4}$

b) Excede a 2 en: $\frac{1}{4}$ 2,23 $\frac{25}{1000}$

c) La expresión decimal es: 2,2 2,25 $\frac{225}{100}$

<u>Fracciones equivalentes</u>

Las fracciones equivalentes son las que representan la misma parte de un entero.



Para encontrar fracciones equivalentes, la fracción original se puede amplificar (se multiplican el numerador y el denominador por un mismo número) o simplificar (se dividen ambos por un divisor común). Una fracción es irreducible cuando el numerador y el denominador no tienen divisores comunes distintos de 1.

Entre dos números racionales existen infinitos números racionales, es por esta característica que se dice que el conjunto de números racionales es DENSO.

4) Buscar una fracción equivalente cuyo denominador sea una potencia de 10. Después escribí su expresión decimal.

a) $\frac{4}{5} =$ e) $-\frac{3}{50} =$

b) $-\frac{9}{2} =$ f) $\frac{3}{8} =$

c) $\frac{7}{20} =$ g) $\frac{1}{40} =$

d) $\frac{1}{200} =$ h) $\frac{17}{500} =$

5) Escribir la fracción irreducible equivalente. Luego anotar una E si su expresión decimal es exacta o una P si es periódica, observando el denominador (tener en cuenta que si una fracción irreducible equivale a un número decimal, los únicos factores primos del denominador son 2 o 5)

a) $\frac{20}{45} = \square$ c) $-\frac{3}{50} = \square$

b) $\frac{75}{50} = \square$ d) $\frac{3}{8} = \square$

$e)\ \frac{18}{300} = \square$ g) $\frac{1}{40} = \square$

$f)\ \frac{90}{48} = \square$ h) $\frac{17}{500} = \square$

6) Indicar entre qué par de números enteros consecutivos se ubica cada una de las siguientes fracciones:

$$< \frac{3}{5} < \quad ; \quad < \frac{17}{4} < \quad ; \quad < -\frac{23}{2} < \quad ; \quad < -\frac{7}{9} <$$

<u>Pasaje de un número decimal a fracción</u>

Se escribe el número decimal exacto como una fracción cuyo denominador sea una potencia de 10. Luego, si es posible, se puede simplificar la fracción.

<u>Ejemplos</u>: $\mathbf{0,18 = \frac{18}{100} = \frac{9}{50} 2,017 = \frac{2017}{1000}}$

Para transformar una expresión decimal periódica a fracción se deben seguir ciertos pasos.

a) Se anota el número completos sin la coma y se le restan los números que están antes del período.
b) Se coloca como denominador un 9 por cada número qué está en el período. Si se puede simplificar se simplifica.
c) En caso de que sea un número periódico mixto: el denominador de la fracción se obtiene colocando tantos 9 como cifras tenga el período y tantos 0 como cifras tengo el ante período. El resultado se expresa como fracción irreducible

<u>Ejemplos</u>: $\mathbf{1,\widehat{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}}$ $\mathbf{2,3\widehat{5} = \frac{235-23}{90} = \frac{212}{90}}$

7) Escribir como fracción irreducible.

a) 0,256= d) 6,05=
b) 0,015= e) 0,315=
c) 3,14= f) 1,375=

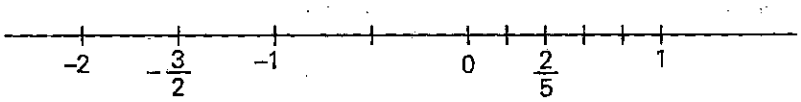
8) Escriban como fracción irreducible las siguientes expresiones decimales.

a) 0,12= f) $12,\widehat{7} =$
b) 15,24= g) $9,1\widehat{6} =$
c) 6,12= h) $3,2\widehat{1} =$
d) $3,\widehat{6} =$ i) $11,\widehat{4} =$
e) $8,\widehat{3} =$ j) $5,2\widehat{3} =$

<u>Representación de fracciones en la recta numérica</u>

Para representar 2/5, se divide la unidad en 5 partes iguales y se cuentan dos lugares hacia la derecha desde 0.

Para representar -3/2, se divide cada unidad en 2 partes iguales y se cuentan 3 lugares hacia la izquierda desde el 0.



9) a) Representar $\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; \frac{5}{4}\ y\ \frac{7}{12}$ en la recta numérica. Para ello, observar los denominadores y decidir en cuantas partes te conviene dividir la unidad.

b) Representar en la recta numérica la opuesta de la fracción que está más próxima a 0.

c) Ahora ubicar una fracción que tenga igual módulo que la que está más lejos del 0. ¿Entre qué números enteros consecutivos se encuentra?

10) Ubicar en una misma recta numérica, los siguientes números racionales.

a) 1,2; -0,8; 0,4 y -0,5

b) $0{,}75;\ -\frac{11}{8}; \frac{3}{2} y -\frac{1}{4}$

c) $-1{,}25;\ \frac{2}{3}; -\frac{5}{6}\ y\ \frac{3}{4}$

<u>Comparación de racionales</u>

- **Se puede representar en la recta numérica; el que está más a la derecha es mayor.**
- **Se puede buscar fracciones equivalentes con igual denominador y comparar los numeradores.**
- **Se puede obtener sus expresiones decimales y comparar cifra por cifra, de izquierda a derecha.**

Comparación entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{3}$

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ y $\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \rightarrow 9 < 10$, entonces $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$.

$\frac{3}{5} = 0{,}6$ y $\frac{2}{3} = 0{,}\hat{6} \rightarrow 0{,}6 = 0{,}60$ y $0{,}\hat{6} = 0{,}66... \rightarrow 0{,}6 < 0{,}\hat{6} \rightarrow \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$.

Atención: si ambos son negativos, el de mayor módulo es menor (está más lejos del 0).

$-\frac{7}{3} < -\frac{23}{10}$ porque $\frac{-7}{3} = \frac{-70}{30}$; $\frac{-23}{10} = \frac{-69}{30}$ y $-70 < -69$.

También $-\frac{7}{3} = -2{,}\hat{3}$ y $-\frac{23}{10} = -2{,}3 \rightarrow -2{,}\hat{3} = -2{,}33...$ y $-2{,}3 = -2{,}30 \rightarrow -2{,}\hat{3} < -2{,}3 \rightarrow -\frac{7}{3} < -\frac{23}{10}$

11) Colocar < ó > según corresponda. Mostrar cómo razonas.

$$\frac{5}{6} \ldots\ldots\ldots \frac{7}{8} \quad ; \quad \frac{9}{4} \ldots\ldots\ldots \frac{11}{6} \quad ; \quad -\frac{3}{5} \ldots\ldots -\frac{2}{3} \quad ; \quad -\frac{5}{2} \ldots\ldots\ldots -\frac{16}{7}$$

12) Ordenar de menor a mayor

a) $\frac{13}{4}; \frac{25}{12}; \frac{13}{6}; \frac{37}{36}$

b) $0{,}61; 0,\widehat{60}; \frac{1}{6}; 0{,}16; 0,\widehat{16}$

c) $-\frac{6}{10}; -\frac{1}{3}; -0{,}34; -0{,}333; -\frac{2}{3}$

<u>Suma y resta de fracciones</u>

***<u>Propiedades</u>*: al operar con números racionales se cumplen las mismas propiedades que con los enteros.**

- Si tiene el mismo denominador, este se mantiene y se suman o restan sus numeradores
  $\frac{3}{11}+\frac{5}{11}-\frac{2}{11}=\frac{3+5-2}{11}=\frac{6}{11}$
- Si tienen distintos denominadores, se buscan fracciones equivalentes con un denominador común; por ejemplo, el MCM de los denominadores originales.
  $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{2}{3} \rightarrow m.c.m.(4;6;3)=12 \rightarrow \frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}-\frac{8}{12}=\frac{11}{12}$

13) Calcular y expresar el resultado como fracción irreducible.

a) $\frac{9}{7}-\frac{6}{7}=$

b) $\frac{4}{3}+\frac{2}{3}-2=$

c) $-\frac{3}{5}+\frac{7}{20}-\frac{1}{10}=$

d) $\frac{7}{6}-\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{2}\right)=$

e) $-\frac{1}{35}+\frac{1}{28}-\left(-\frac{1}{7}\right)=$

f) $\frac{7}{12}-\frac{5}{18}=$

g) $\frac{2}{5}-\left(\frac{4}{25}+\frac{3}{10}\right)=$

h) $\frac{7}{4}+\frac{36}{7}-\frac{9}{14}=$

14) Expresar los números decimales como fracción y calcular.

a) $2{,}4+\frac{1}{3}-0{,}15=$

b) $\frac{3}{2}-0{,}16=$

c) $0{,}8+\frac{2}{9}-0{,}05=$

15) Problemas:

a) María gastó $\frac{1}{3}$ de sus ahorros para la escuela y $\frac{5}{9}$ de sus ahorros en un regalo de cumpleaños para su mamá

   I. ¿Qué parte de sus ahorros gastó?
   II. ¿Qué parte le quedó?
   III. ¿Gastó más en los libros o en el regalo?
   IV. Si tenía ahorrado $1260 ¿Cuánto le costaron los libros? ¿Y el regalo?
   V. ¿Cuánto dinero le quedó?

b) Una obra se hizo en tres etapas. En la primera se construyeron dos séptimos y en la segunda, la sexta parte del total.
   I. ¿Qué fracción de la obra se hizo en la tercera etapa?
   II. ¿En cuál de las etapas se realizó la mayor parte de la obra? ¿Y la menor?
c) El sábado Ana empezó a leer una novela. Ese día leyó las dos quintas partes y el domingo, un cuarto más. ¿Le falta más de la tercera parte para terminarla o menos?
d) Lucas gasta $\frac{2}{5}$ de su sueldo en comida y $\frac{1}{7}$ en artículos de limpieza. ¿Qué fracción del sueldo le sobra para otros gastos?

<u>Multiplicación y división de fracciones</u>

Se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. Si es posible se simplifica algún numerador con algún denominador.

$$-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}.\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}=\frac{\mathbf{-3.2}}{\mathbf{4.5}}=-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{10}}$$

Si el producto de dos fracciones es 1, cada una es la inversa de la otra.

$$\frac{3}{4}.\frac{4}{3}=1 \qquad ambas\ son\ fracciones\ inversas$$

Para dividir hay que multiplicar el dividendo por la fracción inversa del divisor.

$$-\frac{3}{4}:\frac{2}{5}=-\frac{3}{4}.\frac{5}{2}=-\frac{15}{8}\frac{2}{5}:3=\frac{2}{5}.\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$$

16) Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones. Simplificar de ser posible.

a) $\frac{3}{4}.\left(-\frac{5}{21}\right)=$

b) $-\frac{24}{25}.\frac{75}{18}=$

c) $-\frac{144}{35}.\left(-\frac{49}{48}\right)=$

d) $\frac{5}{3}.\left(-\frac{2}{15}\right)=$

e)- $\frac{9}{4}:\left(-\frac{21}{5}\right)=$

f) $-\frac{100}{27}:\frac{50}{81}=$

g) $-\frac{36}{77}:\left(-\frac{24}{55}\right)=$

h) $\frac{5}{9}:\left(-\frac{1}{18}\right)=$

17) Calcular.

a) La tercera parte de 219

b) La cuarta parte de 156

c) Las dos quintas partes de 225

d) Las tres cuartas partes de 224

18) De los libros que tiene Andy, la cuarta parte son novelas y, de ellas, dos tercios son policiales.

a)Señalar los cálculos que indican la fracción del total que representan las novelas policiales

$\frac{2}{3}.4$ $\frac{2}{3}.\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}:4$ $\frac{2}{3}.0{,}25$ $\frac{2}{3}:\frac{1}{4}$

b) Si cuenta con 420 libros, ¿cuántas novelas policiales tiene Andy?

19) ¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ litro se pueden llenar con una botella de 2,25 litros de gaseosa?

20) En un paquete de polenta se lee "por cada dos tazas de polenta, usar 6 tazas de agua". Completar la siguiente tabla que relaciona la cantidad de tazas de polenta con la cantidad de tazas de agua necesaria.

Polenta (en tazas)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	$5\frac{3}{4}$	$8\frac{1}{2}$	
Agua (en tazas)				6			

21) ¿Para cuántos días alcanza una bolsa de 7,5kg de alimento balanceado, si la ración diaria que le dan al perro de Paula equivale a las dos quintas partes de 1kg?

<u>Cálculos combinados</u>

22) Resolver los siguientes cálculos combinados. Recordar separar en términos previamente

a) $\frac{3}{2}-\frac{16}{15}.\frac{5}{24}+\frac{5}{3}=$

b) $\frac{4}{5}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right):\frac{14}{35}+\frac{1}{3}=$

c) $\left(\frac{13}{7}:\frac{26}{10}+\frac{5}{2}\right).\frac{7}{9}-\frac{3}{7}=$

d) $\frac{9}{5}.(-3)+\frac{19}{2}:\left(\frac{2}{9}-\frac{7}{3}\right)-2=$

e) $\frac{6}{5}-\frac{37}{3}:\left(\frac{13}{3}-\frac{2}{5}+1\right)+\frac{1}{10}=$

f) $\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right):\frac{7}{6}+\frac{2}{7}=$

g) $\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{5}\right):\frac{2}{5}+\frac{2}{3}-\left(\frac{3}{4}+\frac{15}{2}.\frac{1}{20}\right)=$

23) Expresar los números decimales como fracciones y resolver.

a) $-\frac{8}{5}-\frac{3}{4}.\left(0{,}375-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{16}=$

b) $-0{,}6+1{,}4.\frac{10}{21}-\left(2-\frac{2}{3}\right):-\frac{8}{3}=$

c) $0{,}75-\frac{1}{4}.1{,}6:2{,}4+\frac{7}{12}:\frac{7}{9}=$

d) $(2-1,\hat{4}):(2-3,\hat{6})=$

e) $\left[(1{,}0\hat{1}+0{,}1).\frac{2}{3}\right]-\left(-\frac{2}{27}\right)=$

f) $\left(0,\hat{7}+1-\frac{2}{9}\right)+(1,\hat{1}-2{,}5).\frac{18}{25}=$

Potenciación de fracciones

Para elevar una fracción a un exponente natural, se elevan el numerador y el denominador de dicho exponente.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{3}{16} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{(-1)^3}{2^3} = -\frac{1}{8} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$$

Si el exponente es negativo, se invierte la fracción, o sea $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} = (-3)^1 = -3 \qquad 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Radicación de fracciones

Se calcula la raíz del numerador y del denominador, siempre que existan.

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{27}} = -\frac{2}{3} \quad \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

La potenciación y radicación en Q cumple con las mismas propiedades que los Números Enteros

24) Escribir como potencia y calcular el resultado

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} =$

b) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) =$

c) $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) =$

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} =$

25) Calcular:

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 =$

b) $\left(-\frac{10}{3}\right)^2 =$

c) $(-5)^{-3} =$

d) $\left(-\frac{1}{10}\right)^4 =$

e) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

f) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-1} =$

G) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$

h) $\left(\frac{4}{3}\right)^0 =$

26) Escribir la base

a) $(\quad)^{-2} = \frac{1}{64}$

b) $(\quad)^{-5} = -\frac{32}{243}$

c) $\left(-\right)^{3} = \frac{8}{27}$

27) En la tabla, a medida que los exponentes disminuyen una unidad, las potencias correspondientes se dividen por $\frac{2}{5}$. Completar los lugares vacíos.

$\left(\frac{2}{5}\right)^{4}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{2}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{1}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{0}$				
$\frac{16}{625}$	$\frac{8}{125}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{5}$	1				

28) Resolver aplicando propiedades

a) $\left(-\frac{5}{6}\right).\left(-\frac{5}{6}\right)^{2}.\left(-\frac{5}{6}\right)^{-5} =$ d) $\left(\frac{9}{5}\right)^{7} : \left[\left(\frac{9}{5}\right)^{-5}\right]^{-1} =$

b) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}.\left(\frac{3}{2}\right)^{3} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-4}\right]^{2} =$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^{15} : \left(\frac{4}{5}\right)^{7}.\left(\frac{4}{5}\right)^{-6} =$

29) En la siguiente tabla se relaciona el área de algunos cuadrados con la medida del lado de cada uno de ellos. Completar:

Área del cuadrado(m^2)	49	64	625	81	100
Medida del lado (m)	7				

30) Calcular:

a) $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} =$

b) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$

c) $\sqrt{\left(\frac{100}{9}\right)^{-1}} =$

d) $\sqrt[5]{-\frac{1}{1024}} =$

e) $\sqrt{36^{-1}} =$

f) b) $\sqrt[3]{216^{-1}} =$

31) Resolver aplicando propiedades de la radicación.

a) $\sqrt[5]{\left(\frac{25}{9}\right)^3} =$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{64}{729}}} =$

c) $\sqrt[3]{-\frac{125}{27}.\frac{1000}{343}} =$

d) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}:\frac{256}{16}} =$

e) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\left(\frac{49}{121}\right)^6.\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}}$

f) $\sqrt[5]{\sqrt{\frac{1}{3}}:\sqrt{\frac{1}{3}}} =$

32) Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4:\frac{4}{27}+\sqrt{\frac{121}{64}}.2-\frac{1}{4}=$

b) $\frac{14}{45}:\left(-\frac{9}{7}\right)^{-1}+\sqrt[3]{1-\frac{7}{8}}-\frac{3}{5}=$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{16}.(-54)}:\frac{3^2}{2^3}+\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)^{-1}-7^0=$

d) $\left(-2:\frac{4}{5}\right)^{-2}-\frac{21}{25}.3^{-1}-\sqrt[4]{\frac{81}{625}}=$

e) $\frac{2}{5}.\left(-\frac{5}{2}\right)^{-1}+\frac{9}{25}:\frac{1}{5}-\sqrt{\frac{49}{25}}.\left(-\frac{1}{7}\right)+2=$

f) $\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2+\frac{3}{5}}-\left(\frac{2}{3}-3\right)^3:\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}+\frac{2^2}{15}=$

g) $-\frac{8}{5}.\sqrt[4]{\frac{49}{16}+2}-\frac{7}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}=$

Ecuaciones fraccionarias

33) Traducir a lenguaje simbólico y resolver.

a) La suma entre la mitad de dos tercios y dos quintos.
b) La diferencia entre tres cuartos y las dos terceras partes de tres quintos.
c) El producto entre la tercera parte de ocho y cuatro quintos.
d) La sexta parte del cociente entre tres cuartos y cinco octavos.
e) La mitad del cuadrado de dos séptimo.
f) La raíz cuadrada del producto entre veinticinco medios y un octavo.

34) Resolver cada ecuación y verificar el conjunto solución.

a) $\frac{7}{2}x - 3 = 1 - \frac{3}{2}$

b) $\frac{2}{5} - \frac{3}{4}.\frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{1}{3}x$

c) $5x - \frac{5}{2} = \frac{5}{4}.(-2) + 5x$

d) $9x - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -9x + 6$

e) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{9} + x = 2.\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{3}{2}x$

f) $6 - \frac{2}{3}x + 3 = 3 + \frac{1}{3}x - 1$

g) $5x + \frac{3}{2} = 3x - (-2)^2$

h) $2x - (4x - 9) = \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} - x$

35) Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{1}{3}x - \frac{5}{4}.\left(2x - \frac{1}{10}\right) + \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{2}x$

b) $\frac{3}{2} + \frac{2}{5}x + \frac{1}{10} = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{5}$

c) $2x - 5 - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x - 2$

d) $\frac{2}{5} - \left(\frac{3}{10}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{8}.\left(\frac{4}{3}x - 2\right)$

e) $\frac{10}{3}.\left(\frac{1}{5}x - \frac{3}{4}\right) - \frac{5}{6}x + 1 = \frac{5}{4} - \frac{2}{3}x$

f) $\frac{7}{2}.\left(\frac{4}{5}x + \frac{3}{7}\right) + 2 = \frac{5}{2} - \frac{2}{5}$

g) $-\frac{23}{4} + x^2 = \frac{1}{2}$

h) $\frac{19}{27} + \frac{1}{5}x^3 = -\frac{2}{9}$

i) $\sqrt{\frac{1}{2}x} - \frac{5}{4} = -\frac{11}{12}$

j) $\frac{2}{243} + \left(x - \frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{81}$

36) Plantear la ecuación y resolver los siguientes problemas.

a) En el circo trabajan 56 personas entre artistas, utileros y empleados administrativos. La cantidad de empleados administrativos es $\frac{5}{6}$ de la cantidad de utileros y hay 8 artistas más que empleados administrativos. ¿Cuántos artistas, utileros y empleados administrativos trabajan en el circo?

b) ¿Cuál es el número cuya quinta parte disminuida en seis es igual al opuesto de 3?

c) El doble de la suma entre el opuesto de cinco y el triple de un número es $-\frac{25}{2}$. ¿Cuál es el número?

d) La diferencia entre la edad que tenía María hace tres años y la cuarta parte de su edad actual es igual a treinta. ¿Qué edad tiene maría?

e) El perímetro de un rectángulo es 320 cm. Calcular la superficie sabiendo que su altura es igual a las tres quintas partes de su base.

f) Se pinta de rojo los tres séptimos de un poste y luego los cinco sextos del resto. Si aún quedan dos metros sin pintar, ¿cuál es la altura del poste?

g) Marta colecciona monedas; $\frac{1}{3}$ de la colección son de oro, $\frac{1}{5}$ son de plata, $\frac{1}{2}$ del resto son de cobre y las 140 restantes son de níquel. ¿Cuántas monedas de cada clase tiene Marta?

h) Daniel, Luis, Sandra y Lucía se fueron de vacaciones. Como tenían que ir muy lejos se turnaron para manejar. Los primeros $\frac{3}{10}$ del recorrido manejó Daniel, Gustavo condujo $\frac{2}{5}$ del recorrido; del resto Sandra manejó $\frac{1}{3}$ y los últimos 160 km manejó Lucía. ¿Cuántos km recorrieron en total? ¿Cuántos km manejó cada uno? ¿Quién manejaba cuando pasaron por una ciudad que estaba a mitad del camino?

<u>Proporciones</u>

La razón entre dos números entre dos números es el cociente entre ellos. ¡Pero cuidado! En el cociente $\frac{a}{b}$ debe ser $b \neq 0$.

$$\frac{a}{b} \quad \begin{matrix}\text{ANTECEDENTE}\\ \\ \text{CONSECUENTE}\end{matrix}$$

$$\frac{1{,}2}{2{,}4} = 0{,}5 \;\rightarrow\; la\ razón\ entre\ 1{,}2\ y\ 2{,}4\ es\ igual\ a\ 0{,}5$$

Si dos razones son iguales, se dice que sus componentes forman una proporción. Si la razón entre los dos primeros es igual a la razón entre los dos segundos.

$\frac{a}{b} = r \;\wedge\; \frac{c}{d} = r \;\Rightarrow\; \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **Se lee a es a b como c es a d**

$\frac{1{,}2}{2{,}4} = \frac{1}{2}$ $porque$ $\frac{1{,}2}{2{,}4} = 0{,}5$; $\frac{1}{2} = 0{,}5$**(se lee: 1,2 es a 2,4 como 1 es a 2)**

<u>Propiedad</u>: en toda proporción se cumple que los productos cruzados son iguales. Es decir: a.d = c.b

En la proporción del ejemplo es $1{,}2.2 = 2{,}4.1$

37) Unir con flechas las expresiones que resulten iguales. Algunas pueden quedar sin unir.

La razón entre 1,5 y 3	$\frac{21}{27}$
La razón entre 9 y 7	$\frac{1}{2}$
La razón entre 125 y 25	5
La razón entre 1,25 y 0,25	$\frac{4}{3}$
La razón entre 8,75 y 11,25	$\frac{1}{5}$
La razón entre 54 y 27	0

38) Para cada una de las expresiones que quedaron sin unir en la actividad anterior, escribir una razón equivalente.

39) Armar una proporción con cada uno de los siguientes números:

a) 2, 4, 7 y 14

b) $\frac{10}{3}, \frac{5}{2}, 6\ y\ 8$

c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 4\ y\ 6$

d) $2, 3, 4\ y\ 5$

e) $0{,}5 - 1{,}5 - 6 - 18$

40) Completar con el número que verifique a cada una de las siguientes proporciones.

$a)\ \frac{\quad}{18}=\frac{5}{9}$ $\quad b)\ \frac{12}{5}=\frac{\quad}{10}$ $\quad c)\ \frac{21}{35}=\frac{3}{\quad}$ $\quad d)\ \frac{16}{15}=\frac{\quad}{45}$ $\quad e)\ \frac{10}{15}=\frac{8}{12}$ $\quad f)\ \frac{20}{16}=\frac{120}{\quad}$

41) Calcular el valor de X en cada una de las siguientes proporciones

a) $\frac{5}{x}=\frac{12}{6}$

b) $\frac{6}{30}=\frac{x}{40}$

c) $\frac{1}{x}=\frac{1,6}{8}$

d) $\frac{12}{3}=\frac{x}{5}$

42) Algunas ecuaciones para pensar

a) $\frac{x+1}{2x}=\frac{3}{4}$

b) $\frac{x}{-2}=3-x$

c) $\frac{2x+9}{5}=x+3$

d) $\frac{x+3}{5}=\frac{x-2}{3}$

e) $\frac{x}{3}=2.(x-5)$

f) $\frac{4-x}{x}=\frac{1}{2}$

g) $\frac{11-2x}{5}=-x+1$

43) Calcular las incógnitas en las siguientes proporciones:

a) $\frac{-\left(3+\frac{1}{2}\right)}{x}=\frac{2,5+1}{(0,5)^2}$

b) $\frac{\left(2-\frac{1}{5}\right)^2}{\frac{3}{25}}=\frac{x}{2-0,2}$

c) $\frac{2+\frac{1}{2}}{x}=\frac{3+\frac{1}{3}}{\left(4-\frac{1}{4}\right)^{-1}}$

d) $\frac{0,5+\frac{1}{3}}{2}=\frac{x}{2:0,5}$

e) $\frac{-0,03}{x}=\frac{x}{-12}$

f) $\frac{\left(\frac{1}{2}+2,5\right)^2}{x}=\frac{x}{2^4}$

<u>Notación científica</u>

<u>Actividad de Inicio</u>

Escribir la potencia de 10 que corresponde en cada caso, como demuestran los ejemplos.

Cien mil= 100.000= 10^5

Un diezmilésimo= 0,0001= $\frac{1}{10000}=\frac{1}{10^4}=10^{-4}$

a) Un millón= 1.000.000=
b) Un billón= 1.000.000.000.000=
c) Cien mil millones= 100.000.000.000=
d) Un cienmilésimo= 0,00001=

e) Un millonésimo= 0,000001=
f) Un billonésimo= 0,000000000001

Observar la actividad anterior y redactar alguna conclusión acerca de cómo se relaciona el exponente de la base 10 con el resultado.

Cuando los números tienen muchas cifras, conviene expresarlos de manera de poder captar a simple vista su "tamaño" (si son del orden del millón, del cienmilésimo, etc). Para ello se utiliza la notación científica, consiste en expresarlo como un producto entre un número mayor o igual que 1 y menor que 10, y una potencia de 10.

Para escribir 85.400.000.000.000 en notación científica, el factor que multiplica la potencia de 10 debe ser 8,54 y la coma se corre 13 lugares hacia la izquierda entonces el exponente de 10 es 13:

$$85.400.000.000.000 = 8{,}54.10^{13}$$

Para escribir 0,00000026 en notación científica, el factor que multiplica la potencia de 10 debe ser 2,6 y la coma se corres 7 lugares hacia la derecha, entonces el exponente del 10 es -7

$$0{,}00000026 = 2{,}6.10^{-7}$$

44) Escriban cada número en notación científica.

a) 95.500.000.000=
b) 720.000.000=
c) 60.000.000.000.000=
d) 82.190.000.000=
e) -234.000.000=
f) -10.000=
g) 0,000000008=
h) 0,0000034=
i) 0,000000209=
j) 0,00007426=
k) -0,000028=

45) Expresen de manera ordinaria los números escritos en notación científica.

a) $3{,}3.10^{7} =$
b) $9.10^{-2} =$
c) $(-5{,}1).10^{4} =$
d) $4{,}09.10^{9} =$
e) $3.10^{-5} =$
f) $1{,}3.10^{-6} =$
g) $(-3{,}1).10^{-4} =$
h) $(-0{,}3).10^{-23} =$

46) Mauro tenía que expresar en notación científica las distancias de algunos planetas al Sol y no lo hizo bien. Corregí lo que escribió y exprésalo en forma correcta.

Mercurio: $57.900.000.000\ m = 579.10^{8} m$

Urano: $28.710.000.000\ hm = 28{,}71.10^{9}\ hm$

Marte: $227.900.000\ km = 227{,}9.10^{6} km$

Neptuno: $4.497.000.000.000.000\ mm = 4{,}497.10^{12} mm$

Saturno: $142.700.000.000\ dam = 142{,}7.10^{9} dam$

47) Expresen cada número en notación científica, calculen y escriban el resultado también en notación científica.

a) $43.800.000.000 : 0{,}00000219 =$

b) $320.000.000\ .\ 0{,}00028 : 0{,}00000056 =$

c) $(3.000.000.000 : 527.000.000).\ 0{,}00001054 =$

d) $0{,}00000009 : (510.000 : 0{,}0000017) =$

Trabajo Práctico N°3

1) Rodear con azul el mayor y con rojo el menor de los números:
   a) $1{,}16 \qquad 1{,}1 \qquad 1{,}1\hat{6} \qquad 1,\hat{6}$
   b) $-0{,}8\hat{5} \qquad -0{,}8 \qquad -0{,}0\hat{8} \qquad -0,\hat{8} \qquad -0{,}85$
   c) $\frac{187}{100} \qquad 1,\hat{9} \qquad \frac{15}{8} \qquad 1{,}8\,\hat{9} \qquad \frac{9}{5} \qquad 1{,}8\hat{7}$
2) Resuelvan aplicando propiedades, cuando sea posible
   a) $\sqrt{\frac{4}{9}.\frac{16}{144}} =$ b) $\left[\frac{4}{3}.\left(-\frac{1}{3}\right):\frac{4}{5}\right]^2 =$ c) $\left(-\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right)^2 =$
   b) $\sqrt[3]{-8.\frac{1}{27}:1} =$ e) $\left[\left(-\frac{4}{3}\right)^{-1}\right]^2 =$
3) Resolver las operaciones combinadas:
   a) $\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)+13.\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]:\left(-\frac{1}{2}:\frac{5}{2}\right) =$
   b) $\sqrt{24+4.\left(\frac{1}{2}\right)^2}:\left[\frac{39}{8}+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right].(-1)^7+\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$
   c) $\left[\frac{1}{3}+0,\hat{3}.3\right]:\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{26}:\left(\frac{3}{5}\right)^{24}\right]:\sqrt[3]{\frac{27}{8}} =$
4) Resuelvan las ecuaciones y verifiquen el conjunto solución
   a) $-\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}-\frac{10}{7}x+\frac{17}{7}=4x-2$
   b) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=x-\frac{1}{4}$
   c) $\frac{1-\frac{3}{5}}{x}=\frac{x}{50.\left(0{,}5+\frac{3}{2}+3\right)}$
   d) $\frac{1}{5}x+3=3.\left(\frac{1}{15}x-4\right)$
   e) $-\frac{8}{15}.\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}.\left(x-\frac{1}{4}\right)$
   f) $\frac{3.\left(\frac{1}{5}+0{,}1\right)}{x}=\frac{x}{4.\left(0{,}1+\frac{3}{10}\right)}$
5) Plantear la ecuación y resolver
   a) La cuarta parte del anterior de un número aumentado en la mitad del mismo número es igual a las seis quintas partes del número más veinte. ¿Cuál es el número?
   b) Juliana compró una torta. Comieron con sus amigos dos séptimo del total y más tarde la mitad del resto. Si aún quedaron 500g, ¿cuánto pesaba la torta?
6) Los metales están formados por átomos. Para muchos propósitos es útil y valido considerar los átomos como si fueran esferas. Su diámetro suele medirse en una unidad llamada ángstrom. Un ángstrom es igual a 10^{-8}cm, es decir que 1 cm equivale a 100 millones de ángstrom. Si un átomo de cobre tiene 0,00000000026 m de diámetro, ¿cuántos ángstrom mide?
7) Para ordenar de mayor a menor los números de las tarjetas. ¿En qué hay que fijarse? ¿Cómo quedan ordenados?

6.2×10^{-5}	$2{,}3\times10^{11}$
$9{,}4\times10^{-9}$	7.3×10^{5}
$9{,}9\times10^{-10}$	$8{,}2\times10^{-7}$

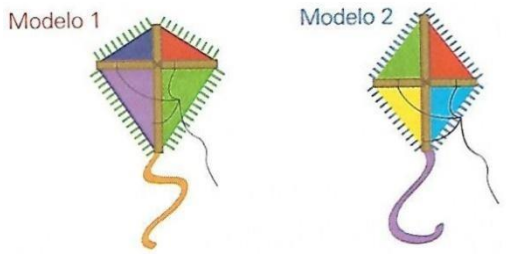
Unidad Nº 4: Polígonos

Actividad de inicio

Remontar barriletes es una actividad que desarrollan miles de personas de todas las edades en muchísimas culturas. Hay festivales y competencias a niveles nacionales e internacionales.

Hay barriletes con diversas formas, algunos con diseños muy sofisticados.

La estructura de uno de los más barriletes más simple consiste en atar dos cañas en forma perpendicular, como muestran las ilustraciones.



a) Observa los cuadriláteros que se formaron en ambos modelos y uní con flechas:

- Las cañas están atadas por el medio de ambas.
- Las cañas están atadas por el medio de una sola de ellas. MODELO 1
- Tiene dos pares de lados paralelos.
- No tiene lados paralelos. MODELO 2
- La longitud de todos los lados es igual.
- Tiene dos lados de igual longitud y los otros dos también, pero más cortos.

b) Si en los modelos 1 y 2 se hubiesen usado cañas de igual longitud, ¿alguno de los barriletes habría tenido forma de cuadrado? ¿Cuál?

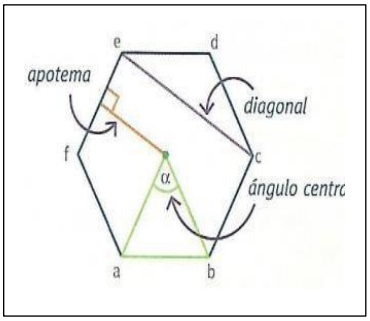
POLÍGONOS

Son figuras planas cuyo contorno está trazado por trazos rectos. En todo polígono hay por lo menos tres ángulos. Esto justifica el nombre de ¨polígono¨, la palabra está formada por *poli= muchos, gonos=ángulos,* es decir, muchos ángulos. Los polígonos se clasifican en dos clases CONVEXOS y CÓNCAVOS:

- Un polígono es convexo cuando cualquier par de puntos pertenecientes al polígono determinan siempre un segmento incluido en el mismo.
- Un polígono es cóncavo cuando existe por lo menos un par de puntos pertenecientes al polígono que determinan un segmento no incluido en el mismo.

Elementos de un polígono: vértices, lados, ángulos interiores y exteriores, apotema, diagonales y ángulo central.

- Vértices: son los puntos que determinan el polígono.
- Lados: son los segmentos determinados por cada par de vértices consecutivos.
- Ángulos interiores: son cada uno de los ángulos que permiten definir el polígono como intersección de ellos.
- Ángulos exteriores: son los ángulos adyacentes a cada uno de los ángulos interiores del polígono.
- La diagonal es el segmento que tiene por extremos un vértice a otro no adyacente
- a él.
- Apotema es el segmento perpendicular al lado del polígono cuyos extremos son el punto medio del lado y el centro del polígono
- El ángulo central tiene como vértice el centro del polígono.



Según sus lados se clasifican en:

- Polígono regular: cuando tiene todos sus lados y sus ángulos respectivamente iguales.
- Polígono irregular: cuando uno de sus ángulos o de sus lados es distinto a los demás.

<u>Propiedades de los polígonos</u>

- La suma de los ángulos interiores de un polígono es igual a 180° por el número de lados menos 2 $180°.(n-2)$
- La suma de los ángulos exteriores es igual a 360°
- En todo polígono, un lado es menor que la suma de los demás
- Por cada vértice se pueden trazar n-3 diagonales

1) Clasificar los siguientes polígonos en cóncavos y convexos

2) Completar los siguientes cuadros referido a polígonos regulares

Nombre del polígono	Número de lados	Ángulo central
cuadrilátero		
		72°
	6	
		45°
	10	
icosagóno		

n	Suma de ángulos interiores	Número de diagonales por vértice	Número total de diagonales
4			
6			
	1260°		
	1620°		
		12	
		17	

3) Calcular la amplitud de los siguientes ángulos:

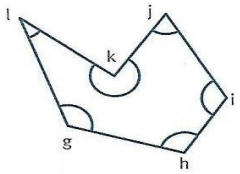
a) Datos: g= 4x-10°
h= 5x-64°

i= 3x+16°

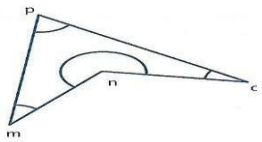
j= 2x-4°

k= 8x+1°

l= x-1°

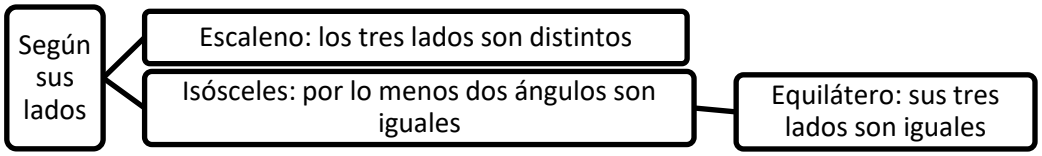


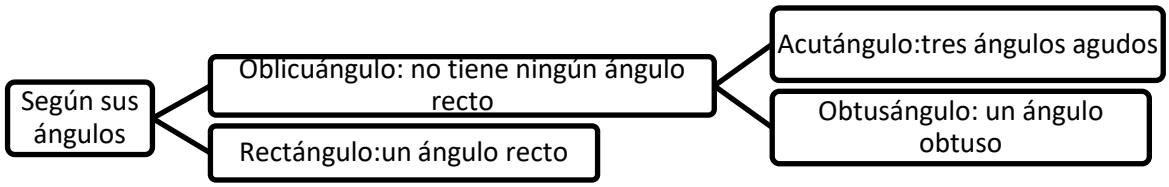
b) Datos: m= 53°-x
n= 10x+30°
o= x+4°
p= 3x



TRIÁNGULOS

Es un polígono convexo de tres lados que se clasifica según la longitud de sus lados o la amplitud de sus ángulos.





PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS:

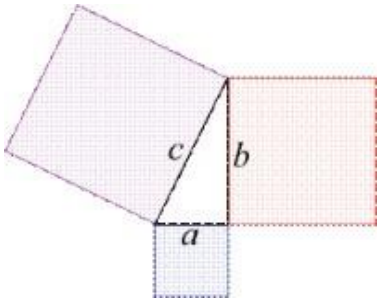
- La longitud de cada lado siempre es menor que la suma de las longitudes de los otros dos.
- La suma de los ángulos interiores siempre es igual a 180°.
- La suma de los ángulos exteriores siempre es igual a 360°.
- Todo ángulo exterior es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes.

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

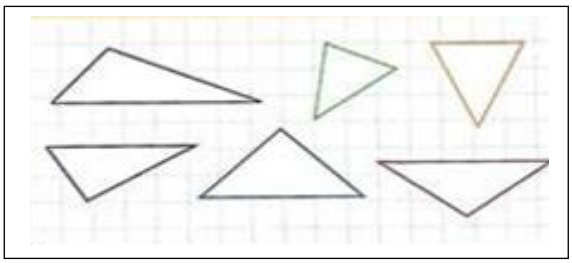
En los triángulos rectángulos, los lados que forman el ángulo recto se llaman CATETOS y el opuesto al ángulo recto es la HIPOTENUSA, que es el mayor de los tres lados.

Los triángulos rectángulos pueden ser escalenos o isósceles, nunca equiláteros. La suma de sus ángulos agudos es igual a 90°, son complementarios.

Propiedad pitagórica: en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos. $\boxed{\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}}$



4) Colocar la letra que le corresponde a cada triángulo



a) Escaleno rectángulo

b) Isósceles obtusángulo

c) Rectángulo Isósceles

d) Obtusángulo escaleno

e) Escaleno acutángulo

f) Isósceles acutángulo

5) Si las tres longitudes pueden ser las de los lados de un triángulo, clasificarlo según sus lados. En caso contrario escribir imposible.

a) 5cm, 4cm, 8cm

b) 10cm, 4cm, 15cm

c) 8cm, 14cm, 8cm

d) 2cm, 5cm, 3cm

e) 9cm, 7cm, 4cm

f) 6cm, 6cm, 6cm

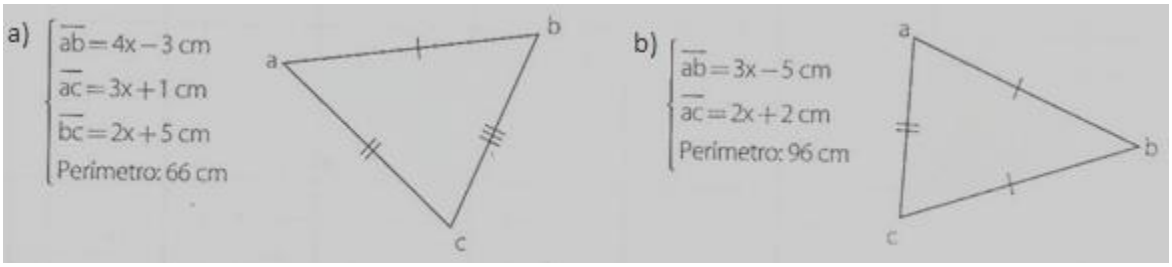
6) Completen con una medida de tal forma que se pueda formar el triángulo.

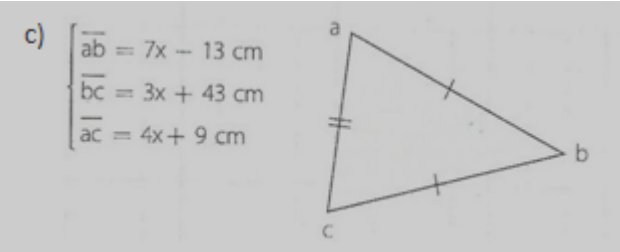
a) $\overline{ab} = 10cm, \overline{bc} = 18cm,\ \overline{ac} =$

b) $\overline{ab} = 12cm,\ \overline{bc} = \quad , \overline{ac} = 20cm$

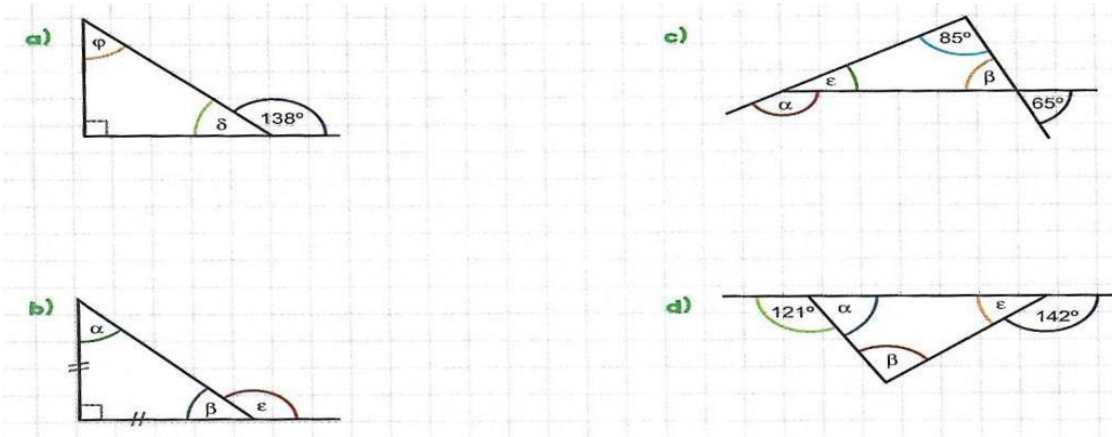
c) $\overline{ab} = \quad , \overline{bc} = 13cm, \overline{ac} = 19cm$

7) Plantear la ecuación y hallar la longitud de cada uno de los lados de los siguientes triángulos.

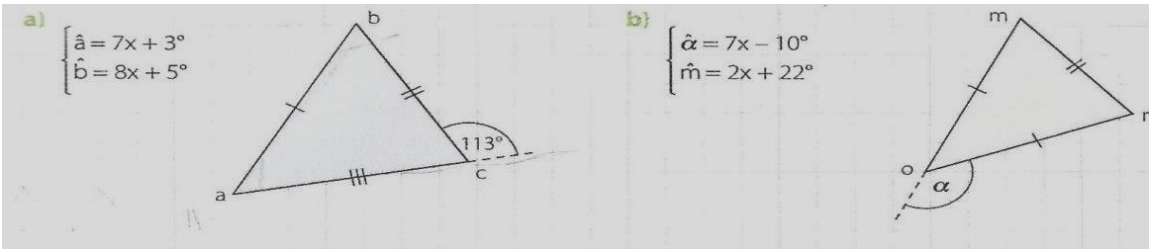




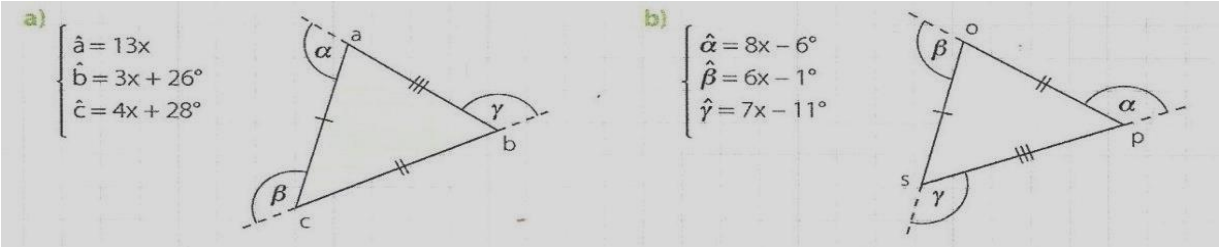
8) Indicar cuánto mide cada ángulo señalado con una letra griega y mostrar tu razonamiento.



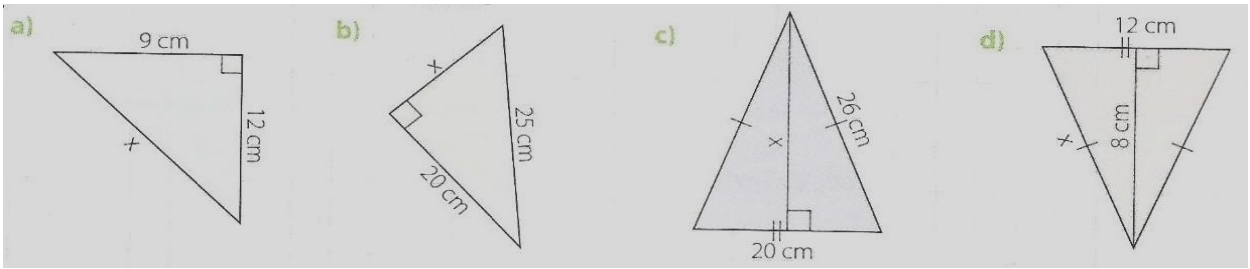
9) Hallar la amplitud de los ángulos interiores de cada triángulo



10) Hallar la amplitud de los ángulos interiores y exteriores de los siguientes triángulos



11) Calcular el valor de X en cada una de las siguientes figuras:



CUADRILÁTEROS

Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados. Sus propiedades enuncian que:

- En todo cuadrilátero la suma de sus ángulos interiores es igual a 360°
- En todo cuadrilátero un lado es menor que la suma de los otros tres lados.
- Dos cuadriláteros son iguales cuando tienen tres lados y los dos ángulos comprendidos respectivamente iguales.
- En todo cuadrilátero las diagonales se cortan en un punto interior.

Se clasifica según sus características en trapezoide, trapecio y paralelogramo.

Trabajaremos con cuadriláteros convexos, esto quiere decir que cada uno de sus ángulos interiores son menores que 180°.

PARALELOGRAMOS

Se llaman paralelogramos a los cuadriláteros que tienen los dos pares de lados opuestos paralelos.

Sus propiedades enuncian que:

- En todo paralelogramo los lados opuestos son iguales.
- En todo paralelogramo los ángulos opuestos son iguales.
- En todo paralelogramo las diagonales se cortan mutuamente en partes iguales.
- Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos iguales y paralelos es un paralelogramo.
- La base media de un paralelogramo con respecto a un par de lados es paralela e igual a cada uno de esos lados.
- La intersección de las diagonales de un paralelogramo es centro de simetría del mismo.

PARALELOGRAMOS ESPECIALES

Los paralelogramos cuyos lados y ángulos tienen respetivamente, relaciones de igualdad. Independientemente de las que les son características por la condición de ser paralelogramos, se llaman paralelogramos especiales. Estos paralelogramos especiales son: el rectángulo, el rombo y el cuadrado.

- **Rectángulo:** se llama así al paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos rectos. Tiene todas las propiedades de los paralelogramos en general.
- **Rombo:** se llama así al paralelogramo que tiene sus cuatro lados iguales. La condición necesaria y suficiente para que un paralelogramo sea rombo es que tenga dos lados consecutivos iguales. Cumple todas las propiedades de los paralelogramos en general. Además, las diagonales de un rombo son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.
- **Cuadrado:** se llama así al paralelogramo que tiene sus cuatro lados y sus cuatro ángulos iguales. Sus propiedades enuncian:
  - Sus diagonales se cortan en partes iguales
  - La intersección de sus diagonales es centro de simetría del mismo
  - Sus diagonales son iguales
  - Las perpendiculares a sus lados, trazadas por el punto de intersección de las diagonales, son ejes de simetría del mismo.
  - Sus diagonales son perpendiculares, bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen, y ejes de simetría del mismo.

TRAPECIOS

Se llama trapecio al cuadrilátero que tiene únicamente dos lados opuestos paralelos. Puede clasificarse en:

- Trapecio isósceles: cuando tiene los lados no paralelos iguales
- Trapecio escaleno: cuando tiene todos sus lados diferentes
- Trapecio rectángulo: cuando uno de los lados no paralelos es perpendicular a las bases.

Sus propiedades enuncian que:

- Los lados paralelos son las bases
- El segmento que une los puntos medios de los lados opuestos de cualquier cuadrilátero se denomina base media**.**
- La base media que une los puntos medios de los lados no paralelos es paralela a las bases y su medida es el promedio de ellas.
- En el trapecio isósceles sus diagonales son congruentes y dos pares de ángulos congruentes.
- Los ángulos que tienen en común los lados no paralelos son suplementarios.

TRAPEZOIDES

Se llama trapezoide al cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.

ROMBOIDE

Se llama así al trapezoide particular que tiene dos lados consecutivos iguales y los otros dos lados distintos de los anteriores, pero también iguales entre sí.

La diagonal del romboide que tiene por extremos los vértices a los cuales concurren los pares de lados iguales se llama DIAGONAL PRINCIPAL.

Las propiedades del romboide enuncian que:

- Los ángulos determinados por los lados no iguales son congruentes
- Las diagonales son perpendiculares
- La diagonal principal del romboide es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une, y corta perpendicularmente a la otra diagonal en el punto medio.

12) Marcar con una X verdadero (V) o falso (F), según corresponda en cada caso. Justificar

a) Un paralelogramo que tiene los cuatro lados iguales es un rombo.

b) Todos los cuadrados son rectángulos.

c) Un rombo que tiene los cuatro ángulos iguales es un cuadrado.

d) Todo cuadrado es un rombo.

e) Todo rectángulo es un rombo.

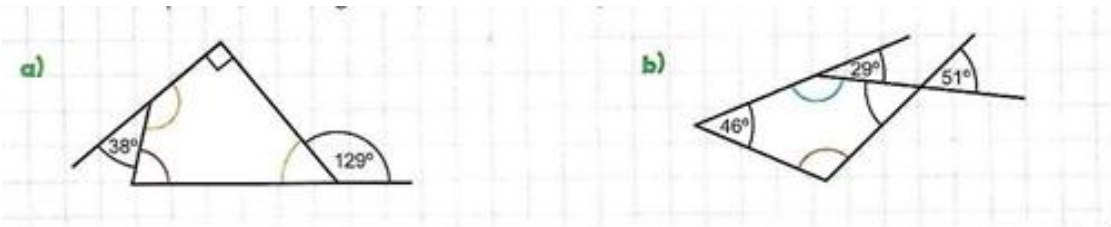
f) Un rectángulo que tiene los lados iguales es un cuadrado.

g) Todo cuadrado es un paralelogramo

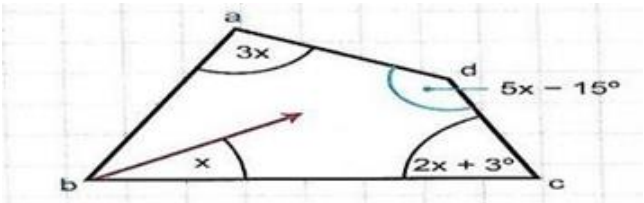
h) Un trapecio que tiene los lados paralelos iguales es un paralelogramo

i) Todo rombo es un cuadrado.

13) Calcular la amplitud de los ángulos señalados.



14) Plantear una ecuación y determinar la amplitud de cada ángulo interior del cuadrilátero abcd, sabiendo que la semirrecta es la bisectriz del abc.

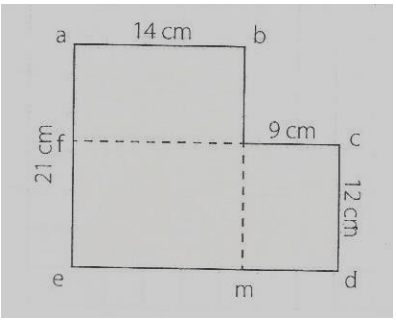


15) Para resolver cada situación se puede realizar un esquema:

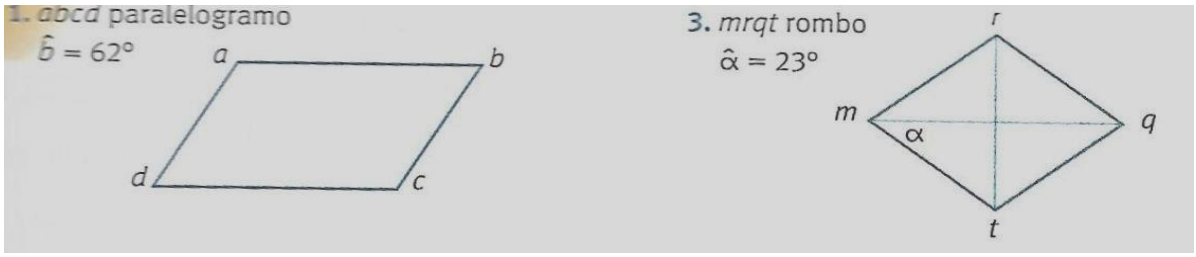
a) Uno de los lados de un paralelogramo mide el doble que otro. ¿Cuál es la longitud de cada uno, si el perímetro es 15 cm?

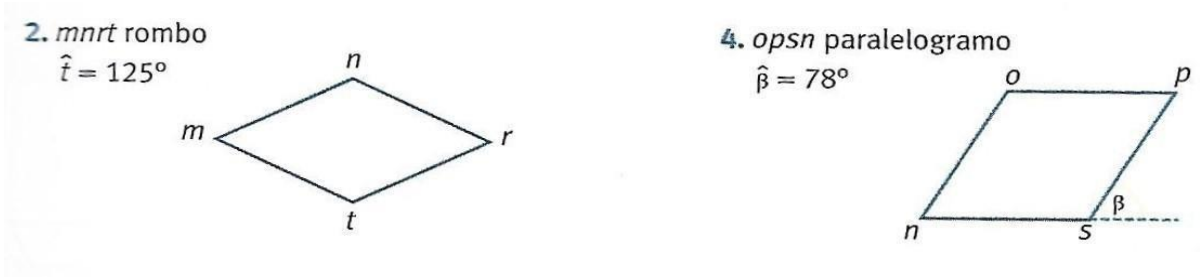
b) Un ángulo de un paralelogramo es el suplemento de 58°. ¿Cuánto mide cada ángulo del cuadrilátero?

16) Determinar cuál tiene mayor diagonal entre los rectángulos **abme** y **fcde**



17) Calcular el valor de los ángulos interiores de los paralelogramos:





18) Completar con el nombre del cuadrilátero que corresponde a cada una de las siguientes afirmaciones

a) Un rombo que tienen sus ángulos iguales es un ……

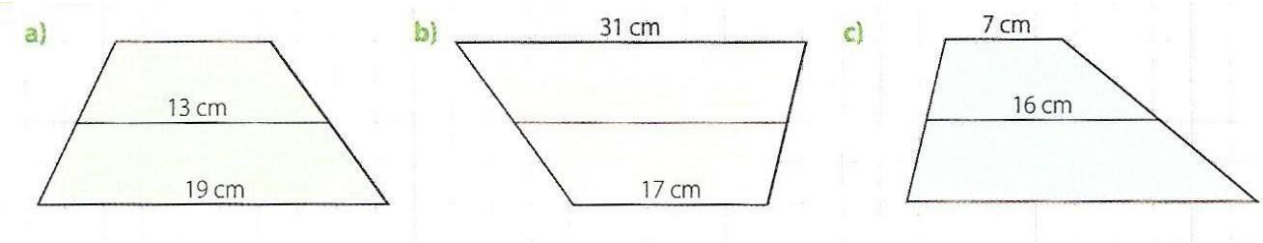
b) Un rectángulo que tienen sus diagonales perpendiculares es un ……

c) Un paralelogramo que tiene sus diagonales iguales es un ……

d) Un paralelogramo que tiene sus ángulos iguales es un ……

e) Un paralelogramo que tiene sus diagonales perpendiculares es un ……

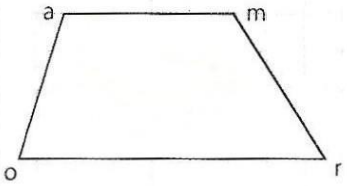
19) Hallar la base faltante en cada uno de los trapecios:



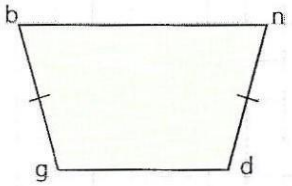
20) Hallar la longitud de las bases de los siguientes trapecios:

21) Calcular los ángulos interiores**:**

a) $\begin{cases} \hat{a} = 107° \, 26' \, 37'' \\ \hat{r} = 56° \, 42' \, 19'' \end{cases}$

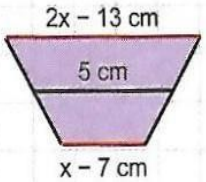


b) $\begin{cases} \hat{b} = 7x - 50° \\ \hat{n} = 3x + 22° \end{cases}$

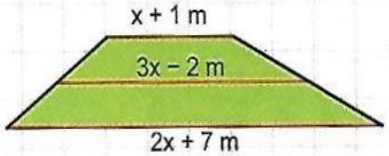


22) Calcular las longitudes de las bases:

a)

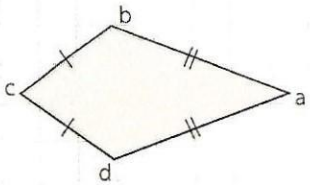


b)

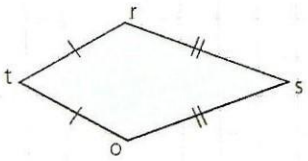


23) Calcular la longitud de cada lado de los siguientes romboides.

a) $\begin{cases} \overline{ab} = 7x - 5 \text{ cm} \\ \overline{bc} = 5x - 2 \text{ cm} \\ \overline{ad} = 4x + 1 \text{ cm} \end{cases}$

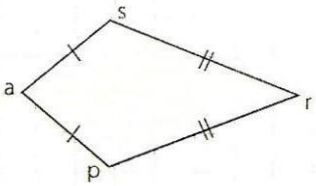


b) $\begin{cases} \overline{ot} = 2x + 3 \text{ cm} \\ \overline{rs} = 3x + 4 \text{ cm} \\ \text{Perímetro: } 84 \text{ cm} \end{cases}$

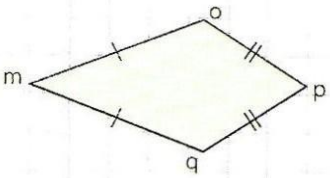


24) Calcular la amplitud de los ángulos interiores de los siguientes romboides.

a) $\begin{cases} \hat{p} = 11x - 28° \\ \hat{s} = 5x + 62° \\ \hat{r} = 2x - 1° \end{cases}$



b) $\begin{cases} \hat{o} = 10x - 4° \\ \hat{p} = 5x - 14° \\ \hat{m} = 2x + 4° \end{cases}$



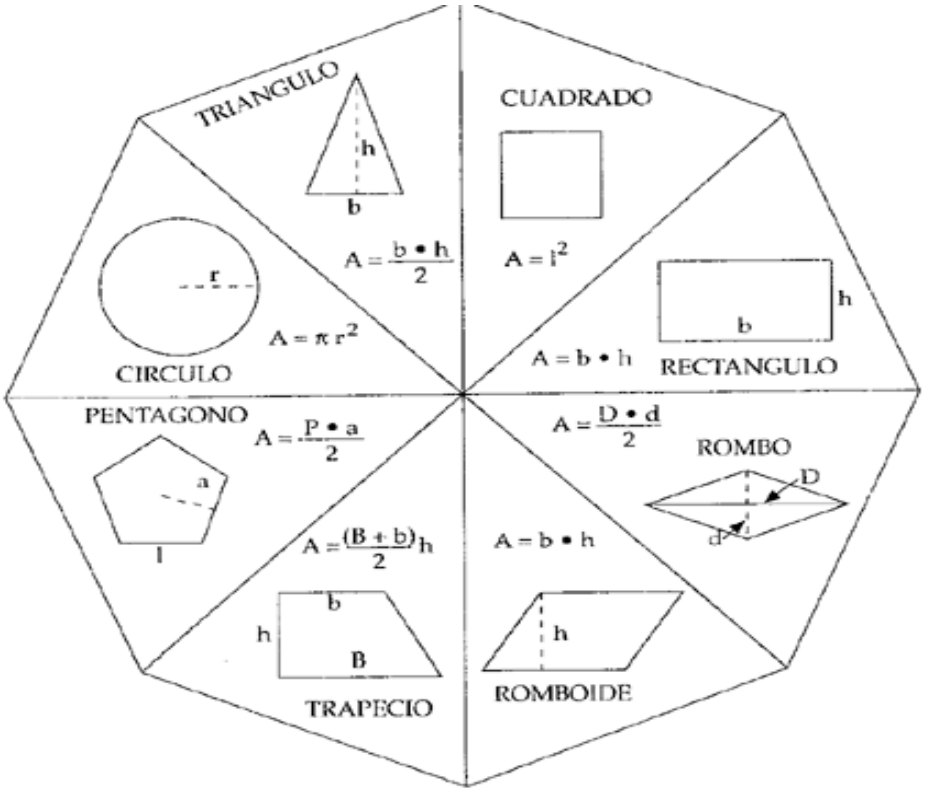
<u>PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS PLANAS</u>

El perímetro de una figura es igual a la suma de las medidas de todos sus lados. Para calcularlo, todos los lados deben estar expresados en la misma unidad de medida.

El área es un concepto métrico que permite asignar una medida a la extensión de una superficie, expresada en medidas de superficie.

Kilometro	Hectómetro	Decámetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1km= 1000m	1hm= 100m	1dam= 10m		1dm=0,1m	1cm= 0,01m	1mm= 0,001m
Km cuadrado	Hm cuadrado	Dam cuadrado	M cuadrado	Dm cuadrado	Cm cuadrado	Mm cuadrado
Km^2	Hm^2	Dam^2	M^2	Dm^2	Cm^2	Mm^2
1 km^2= 1.000.000 m^2	1 hm^2= 10.000m^2	1 dam^2= 100m^2		1 dm^2= 0.01m^2	1 cm^2= 0.0001m^2	1 mm^2= 0.000001m^2

La imagen, a continuación, muestra las fórmulas utilizada para calcular el área de algunas figuras planas:



25) Resolver:

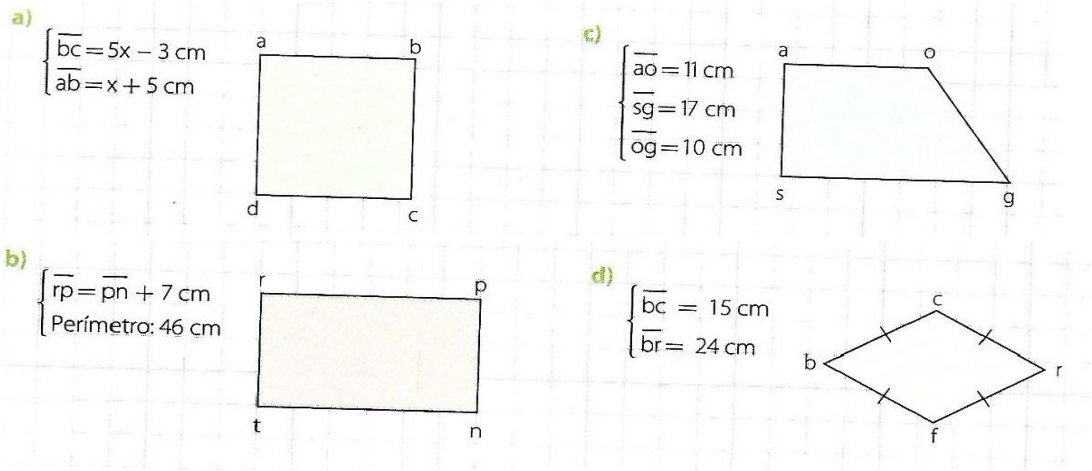
a) Un triángulo isósceles tiene 50 cm de perímetro y un lado de 20 cm. ¿Cuánto podrían medir los otros lados? Indica todas las posibilidades.

b) ¿Cuánto miden los lados de un triángulo equilátero, si su perímetro es de 24 cm?

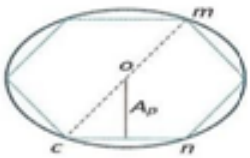
c) Si el perímetro de un triángulo equilátero es de 114 cm, ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

d)Si el perímetro de un triángulo isósceles es de 127 cm y el lado desigual mide 53 cm, ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados iguales?

26) Calcular el área de las siguientes figuras:

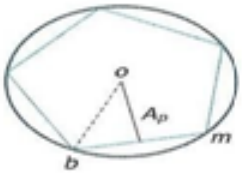


e)



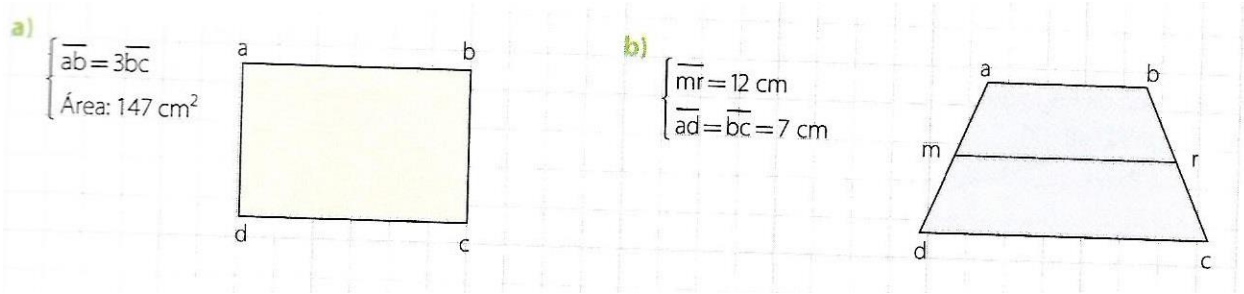
$$\begin{cases} \overline{OA} = 15\ cm \\ A_p = 6\ cm \end{cases}$$

f)

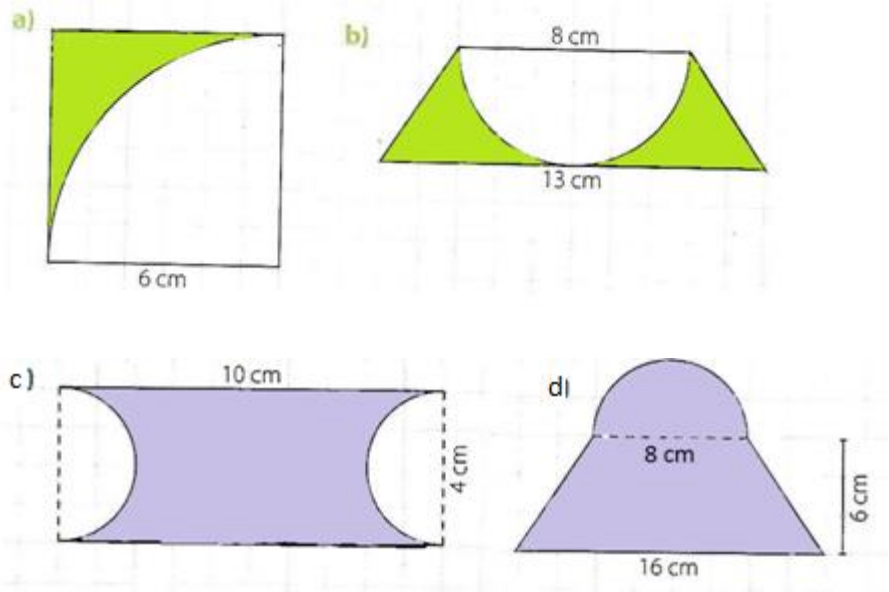


$$\begin{cases} \overline{OB} = 10\ CM \\ \overline{BM} = 12\ CM \end{cases}$$

27) Hallar el perímetro de cada figura:



28) Hallar el área sombreada de cada una de las figuras:

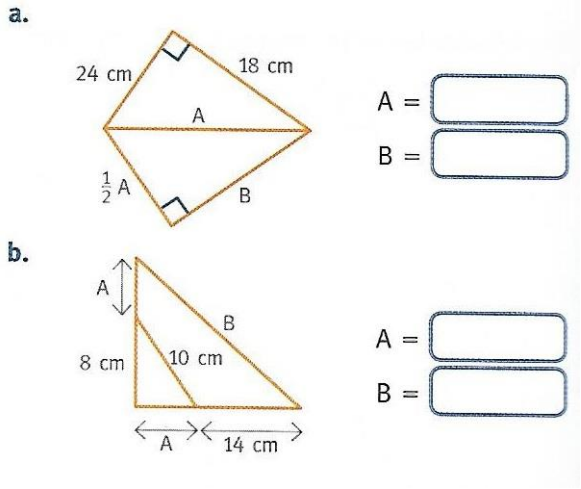


29) Realizar la figura de análisis y resolver.

a) ¿Cuál es la altura de un rectángulo cuya base mide 18 cm y su diagonal 30 cm?
b) ¿Cuál es la diagonal de un rectángulo cuya base mide 21 cm y su perímetro es 98 cm?
c) ¿Cuál es la superficie de un triángulo isósceles de 24 cm de base y 64 cm de perímetro?
d) ¿Cuál es el perímetro de un triángulo isósceles de 12 cm de base y 48 cm^2 de superficie?

Trabajo Práctico N°4

1) Calcular el valor de A y B. Redondeen los resultados a los centésimos.

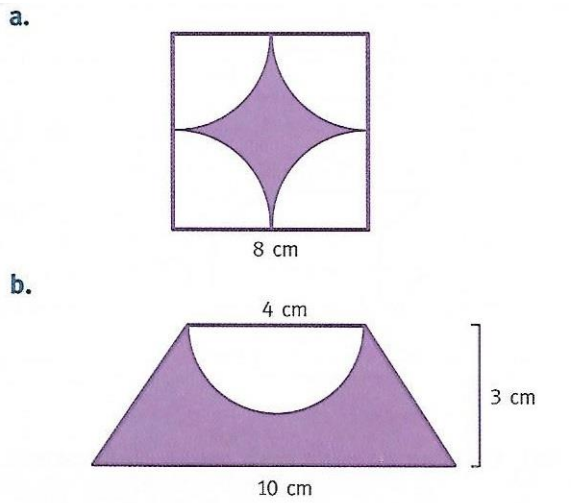


2) Calcular la amplitud de los ángulos interiores y exteriores del triángulo abc y clasificarlo.

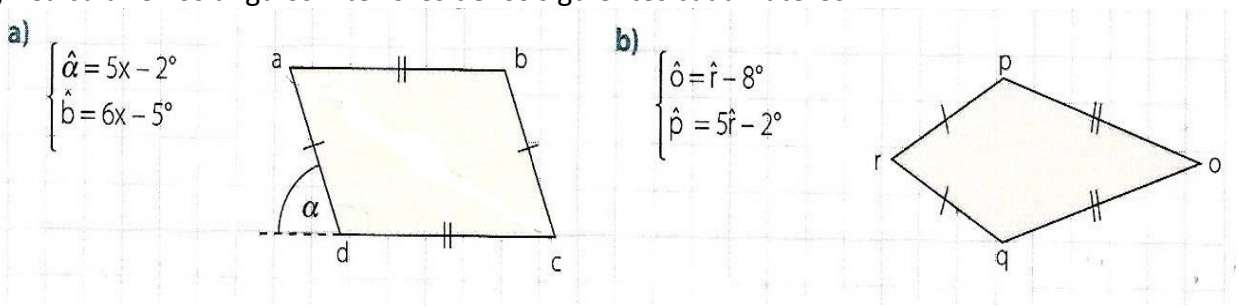
$$\begin{cases} \hat{a} = 6x + 2° \\ \hat{b} = 18x - 4° \\ \hat{c} = 7x - 4° \end{cases}$$

3) De un rectángulo de cartón de 48 cm de base y 26 cm de altura, se corta en cada esquina un cuadrado de 16 cm de perímetro, para construir una caja sin tapa. Calcular:
   a) El perímetro de la figura con la que se va a construir la caja.
   b) El área del cartón que se necesita para hacer la caja.

4) Calcular el área sombreada en cada caso



5) Calcular el los ángulos interiores de los siguientes cuadriláteros:



Unidad Nº5: Funciones

Actividad de inicio

Este es el plano de las plateas de una sala donde se organizan recitales de diferentes bandas. Pedro, Mica y Pablo tienen entradas para el próximo recital con las ubicaciones B3 – B4 –B5. Pintaron rojo los lugares que van a ocupar.

ESCENARIO											
	K										
	J										
	I										
	H										
	G										
	F										
	E										
	D										
	C										
	B										
	A										
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

Caro y sus tres hermanos también van a ir al recital. Todos se sentarán en la fila 5, en butacas consecutivas. En dos de las entradas dice B6 y B7. ¿Cuáles podrían ser las ubicaciones para los otros dos hermanos? Píntalas con verde y escribí todas las posibilidades.

Coordenadas cartesianas

Para ubicar puntos en el plano, se puede usar un sistema de referencia formado por dos rectas perpendiculares llamadas ejes cartesianos. Cada eje tiene su propia escala. En el punto donde se cortan se ubica el 0 de cada una, es el origen de coordenadas.

Cada punto del plano tiene asignado un par ordenado de números: el primero es su posición sobre el eje X (eje de abscisas), y el segundo su posición sobre el eje Y (eje de ordenadas). Son las coordenadas del punto y se escriben: (X;Y) = (2;4).

Los ejes determinan 4 cuadrantes que se enumeran I, II, III y IV.

1) a) Ubicar cada punto en el sistema de coordenadas.

a= (3; 4) c= (3;-4) e= (0; 5)

b= (-3; 4) d= (-3;-4) f= (5; 0)

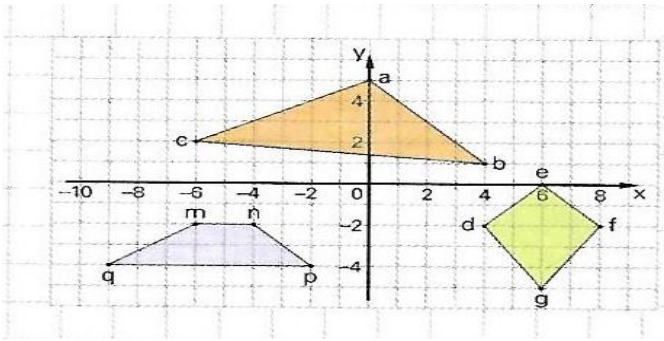
g= (0; -2) h= (-2;0) k= (4; -2)

i= (2; 5) j= (-4;2) L= (-3; -2)

b) Escribir un ejemplo y ubicarlo en el dibujo:

- m del cuadrante II, abscisa -1 m=(;)
- p del cuadrante III, ordenada -3 p= (;)

2) Escribir las coordenadas de los vértices de cada figura.



3) Quedaron escritos sólo los signos de las coordenadas de cada punto. Anotar el cuadrante correspondiente:

(-; +) ⟶ (-; -) ⟶ (+; -) ⟶ (+; +) ⟶

¿En qué eje está un punto de abscisa o? ¿Y uno con ordenada 0?

4) Representar en los ejes cartesianos los puntos: A=(1;4), B=(-3;2), C=(0;5), D=(-4;-4), E=(-5;0), F=(4;-3), G=(4;0), H=(0;-2)

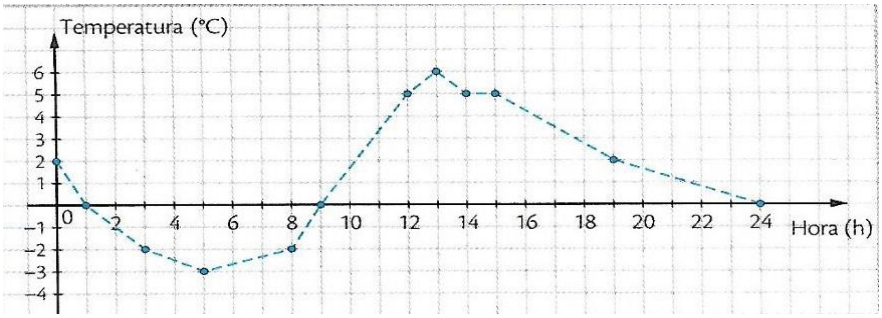
5) Escribir tres pares ordenados que cumplan las siguientes condiciones:

a) Las coordenadas son números opuestos.
b) La abscisa es positiva y la ordenada negativa.
c) El punto pertenece al III cuadrante.
d) La diferencia entre la ordenada y la abscisa es negativa.
e) La ordenada es la mitad que la abscisa y son negativas.

<u>Interpretación de gráficos</u>

Los gráficos representados en sistemas de ejes cartesianos muestran cómo se relacionan dos variables. La independiente se expresa en el eje X; la dependiente, en el eje Y.

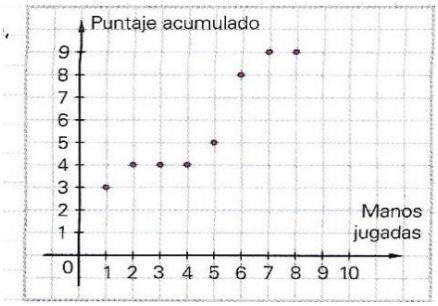
6) El gráfico muestra cómo varió la temperatura en una ciudad a lo largo de un día.



a) ¿Cuál fue la temperatura máxima de ese día? ¿A qué hora la alcanzó?
b) ¿A qué hora se produjo la temperatura mínima? ¿De cuánto fue?
c) ¿En qué momentos hubo 0°C?
d) ¿Entre qué horas hubo temperaturas “bajo cero”?
e) Entre las 0h y las 5h la temperatura fue disminuyendo. ¿En qué otros lapsos ocurrió lo mismo?
f) ¿Qué sucedió con la temperatura entre las 5h y las 13h?
g) ¿Entre las 14h y las 15h?

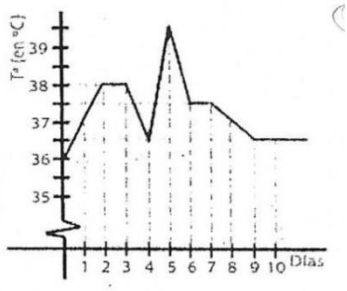
7) En un juego de cartas se obtienen 3 puntos al ganar una mano, 1 al empatar y ninguno al perder. Karina representó el puntaje que obtuvo en las 8 manos que jugó.

a) ¿Cuántas ganó, cuántas empató y cuántas perdió
b) ¿Unirías los puntos del gráfico?



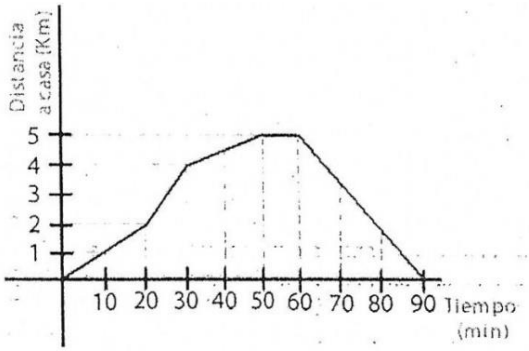
8) La gráfica muestra la temperatura media de un enfermo en cada uno de los 10 días que ha estado ingresado en el hospital.

a) ¿Qué día alcanzó la temperatura máxima?
b) ¿Cuál fue esta temperatura?
c) ¿Entre que dos días se produce la variación máxima de temperatura?
d) ¿Cuál es esta variación?



9) Juan sale de su casa con el objetivo de hacer un poco de deporte. Empieza caminando a un ritmo normal y después va a diferentes ritmos alternando carrera y paseo.

a) ¿Cuánto tiempo pasa fuera de casa?
b) ¿Durante cuánto tiempo está en movimiento?
c) ¿Qué distancia ha recorrido a la media hora de salir de casa?
d) ¿Para en algún momento?
e) ¿Cuál es el máximo tiempo que pasa Juan sin descansar?



10) En un laboratorio se registraron distintos valores de la temperatura de una sustancia desde el comienzo hasta el final del experimento.

Tiempo (en minutos)	0	1	2	3	4	5	6	7
Temperatura (en °C)	4	-5	-10	-20	-20	-12	-5	7

Según los valores que figuran en la tabla, responde:

a) ¿En qué momento la temperatura de la sustancia fue máxima?
b) ¿En qué intervalo de tiempo la variación de la temperatura fue mayor?
c) ¿Es posible que, en algún momento, la sustancia haya alcanzado una temperatura de 5°C?
d) Realiza el gráfico que corresponde a los valores de la tabla, ¿Es correcto unir los puntos o no?

11) Jorge trabaja como gestor en una oficina. El gráfico muestra a qué distancia de la oficina se encontraba cuando salió para realizar algunos trámites.

a) ¿A cuántas cuadras de la oficina estaba a los 5 minutos de haber salido?
b) Si salió de la oficina a las 10.20, ¿Dónde se encontraba a las 10.45?
c) ¿Qué parte del trayecto recorrió a mayor velocidad?
d) ¿Cómo hubiera sido el gráfico si luego de caminar 8 cuadras hubiera tenido que volver a la oficina y volver a salir a hacer el mismo recorrido? Graficarlo.

<u>Noción de función</u>

Una función es una relación entre dos variables en la cual a cada valor de la variable independiente le corresponde siempre un único valor de la variable dependiente.

Una función es un conjunto de pares ordenados (X;Y); cada par ordenado indica los valores de abscisa y ordenada de cada uno de los puntos de la función.

A las funciones se las puede representar de diferentes maneras: mediante tablas, gráficos, diagrama de Venn y fórmulas.

12) Completar las siguientes tablas según cada uno de los enunciados:

a) El alquiler de una moto cuesta $100 por día. Completa la tabla que relaciona el número de días de alquiler con el precio.

Número de días	1	2	3			10
Precio en $	100			600	800	

b) Relacionar la altura de Pedro con su edad usando los siguientes datos:

- Al año de edad media medio metro.
- A los dos años media 13 cm más.
- A los tres años media 76 cm.
- A los cuatro, 87 cm.
- A los cinco le faltaban 2 cm para llegar al metro de altura.
- A los seis, pasaba 5 cm del metro.
- Y a los siete, media 110 cm.

Edad	1	2	3	4	5	6	7
Altura (cm)							

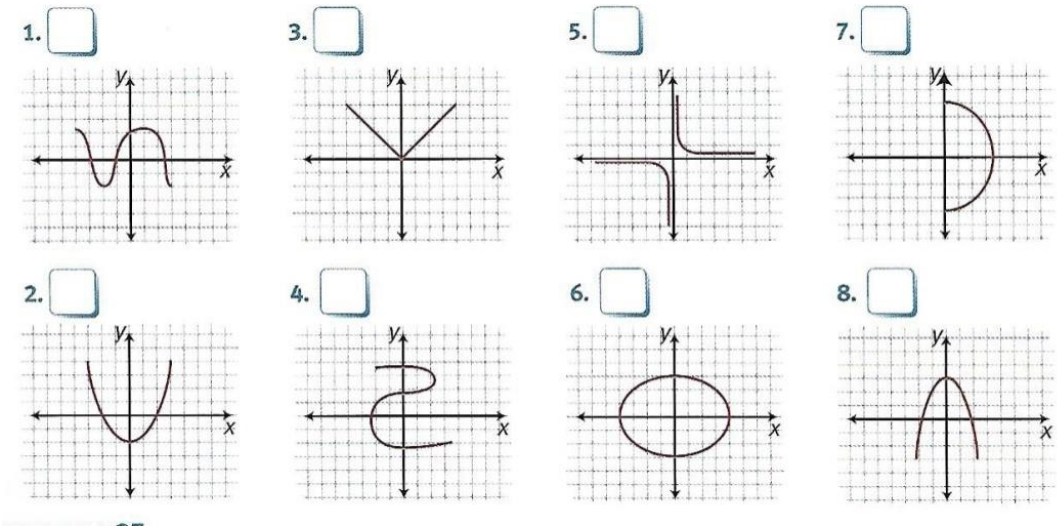
13) Completar la tabla que relacione el lado de un cuadrado con su perímetro.

Lado (en cm)	1	2	3		10	
Perímetro (en cm)	4			20		80

14) Completar la tabla que relaciona el lado de un cuadrado con su área.

Lado(en cm)	1	2	3			9	11
Área(en cm)	1			36	64		

15) Indiquen cuál de los siguientes gráficos representan funciones. Justifiquen.



Dominio e Imagen de una función.

Se llama dominio de la función al conjunto de todos los valores numéricos que puede tomar la variable independiente.

Se llama la imagen de la función al conjunto de todos los valores numéricos que puede tomar la variable dependiente.

Si Y está en función de X, se escribe $y = f(x)$

Por ejemplo, el gráfico de la actividad 7 representa una función, porque a cada instante le corresponde una única temperatura. Se puede ver, por ejemplo, que a las 12 h hubo 5°C. Entonces, $f(12) = 5$es el valor que toma Y cuando X es 12, también llamado imagen de 12.

16)

a) Completar y responder observando el gráfico de la actividad 7.

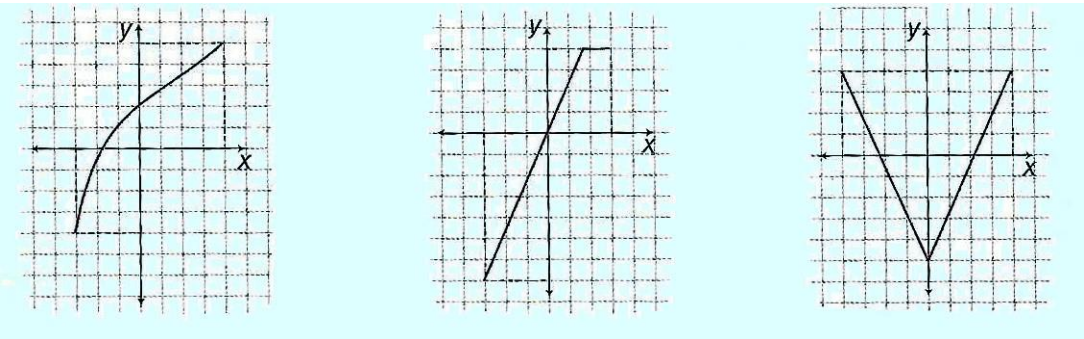
Imagen de 0= f(8)= f(3)= f(15)=

Imagen de 5= f(13)= f(19)= f(14,5)=

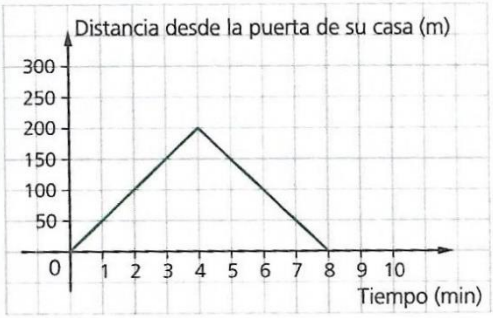
b) ¿Qué valores de X tienen imagen 0?

c) Dominio: los números desde 0 hasta…… Imagen los números desde -3 hasta……..

17) Indiquen el dominio y la imagen de las siguientes funciones:



18) El gráfico muestra la relación entre el tiempo que tarda una persona en dar una vuelta a la manzana de su casa y la distancia que la separa de esta. Se supone que la persona camina siempre a la misma velocidad.



a) ¿Qué representa el punto más alto del gráfico?
b) ¿Cuál es la variable dependiente y la independiente?
c) ¿Cuáles son los valores del dominio y de la imagen del gráfico?
d) ¿Cambiarían estos valores si en lugar de dar una vuelta de manzana diera dos? ¿Por qué? ¿Cómo quedaría el dominio y la imagen en este caso?
e) ¿Cambiarían estos valores si cada cuadra valiera la mitad? ¿Y si cada cuadra midiera el doble? Explica tu respuesta.

19) Candela dibuja cuadrados y anota cuánto mide el lado de cada uno. Completa la tabla:

Medida del lado (cm)	2	2,5	3	4,5	11
Perímetro (cm)					

a) Escribe una fórmula que permita obtener el perímetro del cuadrado en función de la medida del lado.
b) Usando la fórmula obtenida, calcula f(15) y f(25,6)
c) Indica dominio e imagen de la función.

<u>Función lineal</u>

Una función lineal se define como: f(x)= m.X + b, donde m y b son números reales. Al valor "m" se lo llama pendiente y "b" es la ordenada al origen. Esta indica el valor que toma f(x) cuando x=0 ,es decir, el valor donde la recta corta al eje de ordenadas. El gráfico de una función es una recta.

20) Completa el cuadro. Indica la pendiente y la ordenada al origen de las funciones que sean lineales.

Fórmula de la función	Y= 7x+2	Y=x-9	$Y=3x^2+1$	Y=6-2x	Y=-5x	$y = \frac{3}{x} + 1$	$y = \frac{x}{3} + 1$
¿Es lineal?							
Pendiente							
Ordenada al origen							

21) Helena es maquilladora artística y cuando la contratan para algún evento, cobra $60 por cada hora de trabajo más $30 para cubrir los gastos de traslado.

a) Completa la tabla con lo que debe cobrar según las horas que trabaja

Tiempo de trabajo (h)	0	1	2,5	3	3,5	4
Honorarios ($)						

b) ¿Cuál es la fórmula que permite calcular los honorarios de Helena en función del tiempo que le haya llevado hacer el trabajo?
c) Usando la fórmula, calcular cuánto debe cobrar Helena por un trabajo que le llevó 7 horas.
d) ¿Cuánto tiempo le llevó hacer un trabajo, si por él le pagaron $510?
e) Representar en un sistema de ejes cartesianos.

22) Observa el cartel que pusieron en la cancha "El Frontón"

USO DE LA CANCHA:

$70 LA HORA Y TE ALQUILAMOS LA PALETA POR $30

Fórmula general de la función de proporcionalidad inversa:

$$\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$$

a) ¿cuál es la fórmula que permite saber cuánto hay que pagar en función de las horas que juegues si alquilas la paleta?
b) ¿Cuánto cuesta jugar 2,5 horas, si alquilas la paleta?
c) ¿Cuánto tiempo se puede jugar con $130,50, alquilando la paleta?

23) Gabriela tiene $160 para sus viáticos y gasta $16 por día

a) Completar la tabla que indica el dinero que le queda al final de cada día y representar los valores en ejes cartesianos.

Días transcurridos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dinero que le queda										

b) Escribe una fórmula que permita conocer la cantidad de dinero que le quedan en función de los días transcurridos.
c) ¿Qué día se le termina el dinero?

24) Completar las tablas y graficar

a) $y = 1 - x$

X	Y
-3	
-1	
0	
2	
5	

b) $y = 5 - 2x$

X	Y
1	
0	
2	
3	
4	

c) $y = x + 3$

X	Y
4	
3	
1	
0	
-1	

d) $y = -3x + 8$

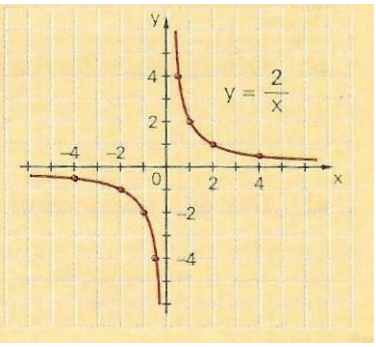
X	Y
1	
2	
3	
4	
5	

<u>Función de Proporcionalidad Directa</u>

Cuando una función lineal tiene al ordenada al origen *b=0*, su fórmula general es $y = m.x$, es una función de proporcionalidad directa. La pendiente *m* es una constante de proporcionalidad directa; representa el cociente entre las cantidades que se corresponden, que es siempre el mismo número: $M = \frac{y}{x}$. Por lo tanto, dos magnitudes son directamente proporcionales cuando el cociente entre ambas es siempre un mismo valor (K).

En el gráfico de esta función sus puntos pertenecen a una recta que pasa por el origen de coordenadas.

x	y
−4	−0,5
−2	−1
−1	−2
0,5	4
1	2
2	1



25) Marcar las tablas que corresponden a magnitudes directamente proporcionales.

x	Y
1	4
3	7
6	10
10	14
15	19

x	Y
1	0,8
4	3,2
5	4
8	6,4
9	7,2

x	Y
2	3
5	7,5
8	12
11	16,5
16	24

x	y
2	3
3	5
5	6
10	15
20	30

26) Indicar si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales. Justificar

a) El importe a pagar y la cantidad de unidades que se compran de un determinado producto.
b) La velocidad de un automóvil y el tiempo que tarda en recorrer cierta distancia.
c) La edad de una persona y su altura.
d) El valor de un viaje en taxi y la distancia del trayecto.
e) La cantidad de harina que se necesita para hacer una torta y su tamaño.
f) La longitud del lado de un cuadrado y su superficie.

27) Completar cada tabla de proporcionalidad directa e indicar el valor de la constante $m = \frac{y}{x}$. Luego escribí la fórmula de la función.

X	1		5	
y	7	28		77

m=…… Y=……..

X	2,4	12		
y		4	5	1,5

m=…… Y=……

X	-2	1		
y	14		-49	-1

m=……..Y=……..

28) Completar la tabla, escribir la fórmula de la función y graficarla. Pensar si hay que unir los puntos del gráfico o no. No te olvides rotular los ejes.

Alfajores	5	3		4	**Fórmula Y=**
Precio($)	17,50		7		

a) ¿Qué significado tiene la pendiente?
b) ¿Cuál es la imagen de 0 ¿Y la de 10?

Función de Proporcionalidad Inversa

En ellas el producto entre el valor de cada X con el de su imagen Y es siempre el mismo. Este producto es la constante de proporcionalidad inversa (K)

Los gráficos de estas funciones están formados por puntos que pertenecen a una curva llamada hipérbola. Las ramas de la misma no cortan los ejes de coordenadas, porque las variables X e Y no pueden valer 0.

Ejemplo: La tabla muestra los paquetes iguales de café que compran los lunes en una oficina, en función de lo que pesa cada paquete.

x	Y
Cantidad que trae el paquete (en kg)	**Cantidad de paquetes**
1	**3**
0,5	**6**
0,25	**12**

$$\boldsymbol{K = X.Y \rightarrow X.Y = 3}$$

$$\boldsymbol{Y = \frac{3}{X}}$$

1.3=3

0,5.6=3

0,25.12=3

29) Marcar las tablas que corresponden a magnitudes inversamente proporcionales.

X	Y
2	60
5	24
6	20
8	15
12	10

X	Y
1,2	5
0,5	12
4,8	1,25
9,6	0,625
2,4	2,5

X	Y
3	0,5
5	0,3
12	0,125
15	0,1
20	0,75

30) Completa las tablas de proporcionalidad inversa y escribí la fórmula de cada función.

X	Y
0,5	
1	
2	3
	1

Y=……..

X	Y
0,25	
0,5	
1	1
2	

Y=……

X	Y
0,1	
1	20
	10
4	

Y=……..

31) Representar cada una de las tablas del ejercicio anterior y trazar la hipérbola que contiene esos puntos.

32) Los compañeros de trabajo de Daniel van a comprarle un regalo de $300 para su cumpleaños y deciden aportar dinero en partes iguales. La cantidad que deberá poner cada uno dependerá de cuántos participen en la compra.

a) Completar la tabla y representar los puntos en el sistema de coordenadas cartesianas.

Participantes	2		4	6	
Aporte de cada uno($)		100			25

b) ¿Es una función de proporcionalidad inversa? ¿Por qué?

c) ¿Cuál es la fórmula de la función?

d) Indicar en cada caso si el punto pertenece al gráfico de la función:
$(20; 15)(10; 35)(30; 10)(50; 12)(40,7,5)$

33) Usando las siguientes notaciones:

MDP: Magnitudes directamente proporcionales

MIP: Magnitudes inversamente proporcionales

MNP: Magnitudes no proporcionales

Marcar junto a cada enunciado, a cuál de las categorías pertenecen las magnitudes correspondientes:

a) La edad y el peso.

b) El radio de una circunferencia y la longitud de la misma.

c) Hora del día y la temperatura ambiente.

d) Cantidad de paquetes (todos iguales) y el peso total.

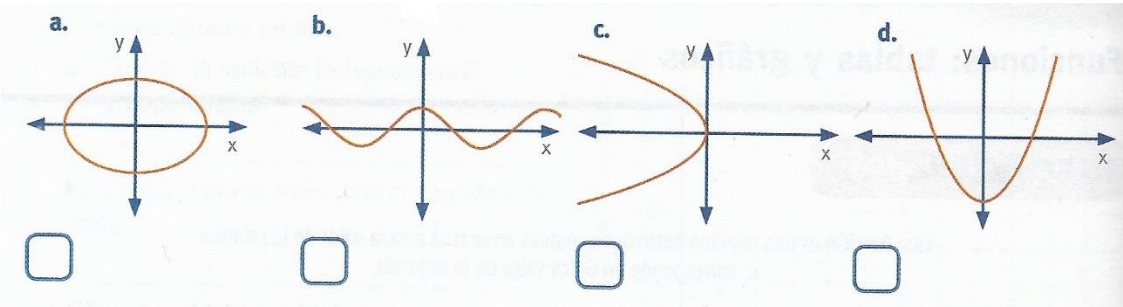
e) Medida de la base de un rectángulo y la altura, siendo constante la superficie

f) La edad de una persona y el año calendario.

g) La distancia real entre dos ciudades y la distancia de un mapa.

Trabajo Práctico N°5

1) Graficar una función con las siguientes características:
   - Dominio: desde $x = -1$ hasta $x = 5$
   - Imagen: desde $y = -2$ hasta $y = 6$
   - El origen de coordenadas pertenece al gráfico y el punto $(4; 1)$, también
   - Tiene un máximo en $(2; 6)$
2) Marcar los gráficos que representan una función. Expliquen por qué no son función los que quedaron sin marcar.



3) Colocar en un mismo eje cartesiano cada uno de los siguientes puntos:
   a) El punto *a* tiene abscisa -3 y ordenada 1.
   b) El punto *b* tiene abscisa 2 y su ordenada es el doble.
   c) El punto *c* tiene sus dos coordenadas iguales.
   d) El punto *d* tiene sus coordenadas de igual módulo y está en el cuarto cuadrante.
   e) En el punto *e* su ordenada es la mitad de su abscisa que es 4.
   f) En el punto *f* su abscisa es dos unidades menor que su ordenada, que es -3.
   g) El punto *g* tiene abscisa -1 y su ordenada es el opuesto de la abscisa de *b*.
   h) El punto *h* tiene abscisa 4 y ordenada -3.
   i) El punto *i* está en el segundo cuadrante.
4) Un pintor tiene que pintar un edificio y va a cobrar por mes $400 por hora trabajada más $3.500 fijos.
   a) Si cobró $15.500, ¿cuántas horas trabajó ese mes?
   b) ¿Cuánto tiempo debería trabajar para ganar $8.300?
   c) Si trabajó 160 horas, ¿cuánto dinero ganará?
5) Escribir debajo de cada tabla PD (proporcionalidad directa), PI (proporcionalidad indirecta) o NP (no proporcional) según corresponda. Cuando sea posible, calcular la constante de proporcionalidad y escribir su fórmula.

a.

x	y
-1	4
3	-12
$-\frac{1}{4}$	1
2	8

k =
y =

b.

x	y
4	20
5	25
-1	-5
3	15

k =
y =

c.

x	y
-3	$-\frac{4}{3}$
2	2
-16	$-\frac{1}{4}$
5	$\frac{4}{5}$

k =
y =

d.

x	y
3	1
-1	$-\frac{1}{3}$
2	$\frac{2}{3}$
4	3

k =
y =

Unidad N°6: Probabilidad y Estadística

Actividad de Inicio

¿Qué número saldrá?

Seguramente alguna vez habrás jugado a los dados. Los juegos con dados surgieron hace mucho tiempo. Se cuenta que para el filósofo griego Platón, eran una creación del dios egipcio Thot. En algunas culturas de la antigüedad, a los dados se les atribuían características mágicas En Grecia y Roma los arrojaban para interpretar la voluntad de los dioses.

Se han hallado dados de hueso de 20 caras pertenecientes a la civilización egipcia, y también se encontraron otros, que pertenecieron a la antigua Persia, de hace unos 500 años.

- Vero tiene un dado con doce caras numeradas del 1 al 12. Juega con Fede así: si al arrojarlo sale un número primo en la cara superior, gana ella, y si sale un múltiplo de 4, gana él. ¿Los dos tienen las mismas chances de ganar? Anotar con qué números gana Vero y con cuáles, Fede.

Población y Muestra. Organización de datos.

Se denomina **población** al conjunto de individuos o elementos que se pretende estudiar estadísticamente mediante una encuesta, un censo o una investigación.

Cuando no se puede estudiar toda la población, se selecciona una parte de la misma que sea representativa y se extienden los resultados a toda la población. A esa parte se la denomina **muestra.**

Cada tema sobre el que se estudia una población se denomina variable. **Las variables pueden ser:**

- **Cualitativas:** se miden a partir de datos no numéricos. Por ejemplo, grupo de fútbol preferido de un grupo de alumnos.
- **Cuantitativas:** se miden a partir de datos numéricos. Por ejemplo, la edad de un grupo de profesores.

Los datos que se obtienen en una encuesta o investigación se pueden organizar en tablas que facilitan el análisis de la información, en ella se vuelcan las frecuencias.

Se denomina **frecuencia absoluta** (f) al número de veces que se repite cada valor de la variable.

Se denomina **frecuencia relativa** (fr) al cociente entre la frecuencia absoluta y el total de elementos que forman la muestra: $fr = \frac{f}{n}$ (*n* es el número total de elementos que forman la muestra)

Se denomina **frecuencia porcentual** $(f\%)$ al porcentaje de un valor de variable. Se obtiene multiplicando la frecuencia relativa por 100.

Ejemplo: *Se realizó una encuesta en una empresa para saber la cantidad de hijos de un grupo de empleados. Los resultados fueron: 2, 2, 3, 4, 3, 2, 4, 3, 2, 3.*

Cantidad de hijos	*2*	*3*	*4*
f	*4*	*4*	*3*
fr	$\frac{4}{10} = 0{,}4$	$\frac{4}{10} = 0{,}4$	$\frac{2}{10} = 0{,}2$
f%	*0,4. 100%= 40%*	*0,4. 100%=40%*	*0,2.100%= 20%*

Cuando los valores de las variables son números no enteros o si la muestra es muy grande, se pueden agrupar en intervalos de clase (en general, conviene que tengan la misma longitud). Ejemplo:

Se registraron las medidas de 50 tornillos. Se agrupan las medidas en intervalos de la misma longitud (10mm)

$$[2{,}55;\ 2{,}65)$$

<u>Promedio, Moda y Mediana</u>

El promedio o media aritmética (se escribe $\bar{x}$) es el resultado de la división entre la suma de todos los valores de la variable y la cantidad de valores que forman la muestra. Esta medida se puede obtener solo si la variable es cuantitativa.

La moda (se escribe m_o) es el valor de la variable que tiene la mayor frecuencia.

La mediana (se escribe m_e) es el valor de la variable ubicado en el lugar central luego de ordenar todos los datos de menor a mayor. La mediana divide la muestra de forma tal que deja igual cantidad de datos a su izquierda que a su derecha. Cuando la cantidad de datos es un número par, la mediana es igual al promedio de los dos valores centrales.

<u>Gráficos</u>

Los gráficos estadísticos permiten leer con facilidad la información sobre una situación en donde hay datos.

<u>Gráfico de barras</u>: se utilizan para comparar la cantidad de datos para cada valor de la variable. Para hacer un gráfico de barras se construyen rectángulos del mismo ancho y cuyas alturas coinciden con la frecuencia absoluta de cada valor.

<u>Gráficos circulares</u>: se utilizan para mostrar los porcentajes que corresponden a cada dato con respecto al total. Primero se calcularon los porcentajes para cada grupo de estudiantes. Luego se calcula el ángulo de la siguiente forma:

$$100\% \quad - \quad 360°$$

$$34{,}78\% \quad - \quad x = \frac{34{,}78\% \,.\, 360°}{100\%} = 125°$$

De la misma forma se procedió para calcular los otros sectores circulares.

Histogramas: son gráficos que se utilizan para representar intervalos de clase a través de rectángulos contiguos del mismo ancho y cuya altura es la frecuencia absoluta del intervalo.

Actividades

1) Una consultora preparó dos encuestas. La primera se realizará a 1.200 alumnos de nivel secundario de la ciudad de Córdoba y, la segunda, a 1.500 alumnos universitarios de la misma ciudad. Indicar en cada caso cuál sería la población y cuál es la muestra. Luego rodear con azul las variables cuantitativas y, con rojo, las cualitativas.

NIVEL SECUNDARIO

- ✓ Horas de lectura semanales
- ✓ Deportes que practica
- ✓ Horas diarias que juega a la Play

NIVEL UNIVERSITARIO

- ✓ Redes sociales que utiliza
- ✓ Horas semanales que concurre a la universidad
- ✓ Música preferida

2) En una fábrica se realizó una encuesta acerca de la cantidad de hombres y mujeres que trabajan en 7 sectores de un total de 14.

a) ¿Cuál es la población?
b) ¿Cuál es la muestra?
c) ¿Es representativa la muestra?
d) ¿De qué tipo es la variable de estudio?

3) Se realizó una encuesta a los 400 alumnos de una escuela acerca de qué deporte practican.

a) Completar la tabla con los datos.

Deporte	***f***	***fr***	***f%***
Fútbol			20
Tenis		0,0625	
Rugby	12		
Hockey	8		
Otros			8
Ninguno		0,6075	

b) ¿Cuál es la muestra? ¿Es representativa? ¿Por qué?
c) ¿Qué tipo de variable es?
d) ¿Cuántos alumnos no practican ningún deporte?
e) ¿Qué porcentaje de los alumnos practica tenis y fútbol?

4) Para hacer un control de salud registraron los pesos de 60 niños de entre 4 y 8 años de una determinada ciudad. Estos son los datos obtenidos, en kg.

12,3 22,1 34,6 12,5 16,7 22,1 24,6 14,4 17,3 20,2 21,7 16,1 12,3 12,5 16,8
13,6 23,7 28,7 24,5 29 12 17 14,3 26,9 25,3 22,1 30,2 23,6 32,6 30,7
33,4 29,8 30,1 29 34 23,4 25 31 33,7 28,5 32,1 25,6 17,4 12,8 29,7
30,4 33,5 26,4 22,5 12 27,9 32 33,5 26,3 22,1 17,8 15,4 14,9 31 30,6

a) ¿Cuál es la variable? ¿De qué tipo es?
b) ¿Cuál es la muestra? ¿Es representativa?
c) Completen la tabla.

Intervalos (en kg)	***f***	***fr***	***f%***
[12;17)			
[17;22)			
[22;27)			
[27;32)			
[32;37)			
Total			

5) Hallar la frecuencia absoluta, relativa y porcentual de cada uno de los siguientes datos.
a) A A B C B C CC BABCACCBBCCC
b) 1 2 3 3 2 2 1 3 2 2 3 3 1 2 3 1 1 2 3 3 3 2 2 1 2

6) Los siguientes datos representan la cantidad de vehículos que pasaron por un puesto de control durante los primeros 15 días del mes de marzo.

12	13	10	9	12
13	15	13	9	12
10	12	14	13	12

a) ¿Cuál es la variable? Clasificar
b) Completar la siguiente tabla de frecuencias.

Cantidad de autos	9	10	12	13	14	15
f						

c) ¿Cuántos autos pasaron durante los 15 días?
d) Calcular media, moda y mediana

7) Se realizó una encuesta para saber la cantidad de horas semanales que trabajan los habitantes de una ciudad. Los resultados se muestran en la tabla.

Cantidad de horas semanales	4	6	8	10	12
Cantidad de habitantes	12	21	15	12	31

a) ¿A cuántas personas se entrevistó?
b) ¿Es representativa la muestra?
c) ¿Cuántas personas trabajan más de 8 horas semanales?
d) ¿Cuál es la moda?
e) ¿Cuál es la mediana?

8) La siguiente tabla muestra los colores de los autos fabricados en un mes por una fábrica.

Gris	**Rojo**	**Negro**
650	300	420

a) ¿Qué porcentaje de cada color se fabricó?
b) Realizar el gráfico circular de la tabla anterior.

9) El gráfico muestra las ventas de un determinado modelo de auto 0 km durante los últimos años.
a) ¿Cuál fue el año de mayores ventas?
b) ¿Cuántos vehículos se vendieron en el año 2009?

10) La siguiente tabla muestra el costo del litro de un determinado aceite en varios comercios de la provincia de Buenos Aires.

Intervalos de precios	Cantidad de comercios
[30;32)	12
[32;34)	13
[34;36)	21
[36;38)	10

a) ¿Cuál es la variable? Clasificarla
b) ¿Sobre cuántos comercios se realizó el relevamiento?
c) Realizar el histograma correspondiente.

11) Las edades de los 20 chicos que fueron a un campamento son:
20- 18- 14- 16- 14- 16- 14- 15- 14- 16- 15- 17- 18- 16- 20- 14- 15- 14- 16- 18

a) Realizar una tabla de frecuencias
b) Calcular el promedio, la mediana y la moda de las edades.

Probabilidad

La probabilidad se ocupa de medir o determinar cuantitativamente la posibilidad de que un suceso o experimento produzca un determinado resultado.

Existen experimentos en donde no se puede anticipar cuál va a ser el resultado. A este tipo de experimentos, que dependen del azar, se los llama **experimentos aleatorios**. Por ejemplo, cuando se tira un dado, no se puede saber qué cara va a salir.

Se denomina **espacio muestral** al conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Cada resultado es un suceso.

Experimento: lanzar una moneda / Espacio muestral: cara - ceca

Se le asigna un número a la probabilidad de que ocurra un suceso. **Ese número puede ser entre 0 y 1.**

El 0 representa un suceso imposible y el 1, un suceso seguro. Cuanto más cercana a 1 es la probabilidad, el suceso será más probable; mientras que cuanto más cercana a 0 sea, menos probabilidad de cumplirse tendrá.

$$Probabilidad\ de\ un\ suceso = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{números\ de\ casos\ posibles}$$

Ejemplo: Se saca una carta de un mazo de cartas españolas, ¿cuál es la probabilidad de que salga un 7?
Espacio muestral (casos posibles): cada una de las cartas = 48 cartas sin contar los comodines
Cartas con un 7 (casos favorables): 7 de bastos, 7 de oros, 7 de espadas, 7 de copas= 4 cartas

$$P(de\ que\ salga\ un\ 7) = \frac{4}{48}$$

12) Marcar los experimentos aleatorios

a) Sacar un número de una bolsa para un sorteo
b) Elegir un color de vestido
c) Arrojar un dado
d) Contar la cantidad de veces que llueve en un mes.

13) Escribir en cada caso el espacio muestral

a) Arrojar un dado
b) Girar una ruleta
c) Arrojar dos dados

14) Se arrojan dos dados. Calcular la probabilidad de:

a) Salgan dos números pares
b) La suma de los números sea mayor que 4
c) Salga un número par y uno impar
d) La suma de los números sea múltiplo de 3
e) La suma de los números sea mayor que 13
f) Salgan dos números menores que 7

15) Se arrojan una moneda y un dado, calcular la probabilidad de:

a) Salga cara y par
b) Salga cara y múltiplo de 3
c) Salga ceca y un 6
d) Salga ceca y un número impar
e) Salga cara y un 7
f) Salga cara y que no salga el 2

16) En una caja hay 6 bolitas blancas, 9 negras y 10 amarillas, y se saca una sin mirar. Calcular la probabilidad de sacar una bolita:

a) Blanca
b) Negra
c) Amarilla
d) Roja
e) Blanca o amarilla
f) Que no sea blanca

Trabajo Práctico N°6

1) Leer la situación y escribir la población y una muestra representativa.
   ¨Se quiere realizar una encuesta en una ciudad para saber qué tipos de películas prefieren ver sus habitantes¨
2) Tener en cuenta los datos de cada tabla y calcular el promedio, la moda y la mediana en cada caso.

Valor de la variable	*f*
3	12
4	23
5	15
6	20

Valor de la variable	*f*
3	12
4	20
5	14
6	24

3) Se pesó a los alumnos del último año del secundario de una escuela.
   a) Completar la tabla y realizar, un gráfico de barras y un histograma.

Peso	*f*	*fr*	*f%*
$[52;54)$	12		
$[54;56)$			17
$[56;58)$		0,15	
$[58;60)$	13		
$[60;62)$			26
Total	60		

   b) ¿Cuántos alumnos cursan el último año?
   c) ¿Qué porcentaje de los alumnos pesa más de 58 kg?
4) Calcular la probabilidad de que en un sorteo de lotería de tres cifras salga:
   a) El número 265
   b) Un número impar
   c) Un número con las tres cifras iguales
   d) Un múltiplo de 5
   e) Un número terminado en 0
   f) Un número capicúa
5) Unir con flechas cada suceso con su tipo de probabilidad
   Se arroja un dado equilibrado al aire
   a) Salga un número par — Imposible
   b) Salga un 7 — Seguro
   c) Salga un número menor a 2 — Probable
   d) Salga un número mayor a 0 — Poco probable